Zur

öffentlichen Prüfung

und zu

den Versuchen der Schüler im freien Vortrage

und

im vierstimmigen Gesange,

welche

am Donnerstag den 21. März **1872** Vormittag von 8 bis 1 Uhr

und Nachmittag von 3 bis 5½ Uhr

in der

Aula des Königlichen Gymnasiums zu Tilsit

gehalten werden sollen,

sowie

zur Feier des

Geburtstages Sr. Majestät des Kaisers und Königs Wilhelm

und zur

Entlassung der Abiturienten

am Freitag den 22. März Vormittag 11 Uhr

ladet im Namen des Lehrer-Kollegiums

ganz ergebenst ein

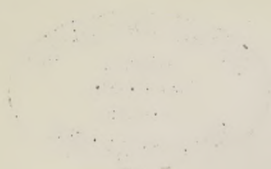
der Direktor

Gottlieb Theodor Fabian.

Inhalt:

Tilsit, 1872.

Druck von J. Reyländer & Sohn in Tilsit.



Die Eigenschaften der Polaren der Curven III. Ordnung sind, soviel mir bekannt, bis jetzt nur analytisch, oder doch, wie **Cremona** es gethan, durch Rechnung abgeleitet worden. Man kann zu ihnen aber auch allein durch die Hilfsmittel, welche die Geometrie der Lage bietet, gelangen. In den folgenden Mittheilungen sind allerdings nur die Curven III. O. mit Doppelpunkten berücksichtigt, denn der eingeschlagene Weg läßt sich auf Curven III. O. ohne Doppelpunkte deshalb nicht ausdehnen, weil der dazu nothwendige Satz 68. für solche bis jetzt auf rein geometrischem Wege nicht bewiesen ist. Zwar hat Reye in seinem ausgezeichneten Buche „Geometrie der Lage" auf Seite 189 des II. Theils einen Beweis desselben mitgetheilt, doch scheint derselbe nicht allgemein zu sein. Er leitet die Eigenschaften der ebenen Curven III. O. aus denen der Oberflächen III. O. ab. Auf diesen giebt es Raumcurven III. O., die von jeder Ebene in 3 Punkten geschnitten werden. Solche 3 Punkte sind aber in Beziehung auf die ebene Curve III. O., in welcher die Oberfläche III. O. von einer Ebene geschnitten wird, nicht unabhängig von einander; Steiner nennt sie Tripelpunkte und durch 2 von ihnen ist der dritte bestimmt. Reye's Beweis des Satzes 68. gilt aber nur für den Fall, daß 3 der Basispunkte des die Curve III. O. erzeugenden Kegelschnittbüschels 3 Tripelpunkte sind. — In den Eigenschaften des Kegelschnittnetzes, welche Steiner so schön zur Herleitung einiger wichtiger Theoreme der Curven III. O. benutzt hat (cf. Schröter, Steiners Vorlesungen §. 62.) ist jedoch ein Mittel gegeben, nicht nur jenen Satz 68. sondern auch die vollständige Theorie der Polaren einer Curve III. O. rein geometrisch abzuleiten, worauf an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden kann. — Die öfter citirten Werke sind: Cremona, Einleitung in eine geometrische Theorie der ebenen Curven, übersetzt von Curtze, und Durège, die ebenen Curven III. Ordnung.

I. Die Polaren einer Curve III. Ordnung mit 3 Doppelpunkten.

1. Schneidet man die Seiten eines Dreiecks durch eine Gerade und construirt zu den Schnittpunkten in Bezug auf die Ecken ihre harmonischen Gegenpunkte, so treffen sich die Verbindungslinien dieser und der Gegenecken in einem Punkt — und umgekehrt.

Fig. I. Die Seiten des Dreiecks **ABC** werden von der Geraden g in $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ geschnitten; die harmonischen Gegenpunkte dieser in Bezug auf die Ecken seien $\alpha\beta\gamma$, so gehen durch **B** die harmonisch getheilten Geraden **AB** und **BC**; es müssen sich also **AC**, $\alpha\gamma$, $\alpha\gamma^1$ in einem Punkt schnei-

den. Dieser ist β^1, also liegen $\alpha\beta^1\gamma$, $\alpha^1\beta\gamma$, $\alpha\beta\gamma^1$ je in einer Geraden. Die Linien Aα und Cγ mögen sich in O schneiden, dann sind BA, BC, BO, Bβ^1 4 harmonische Strahlen. Da aber auch BA, BC, Bβ, Bβ^1 4 harmonische Strahlen sind, so fallen BO und Bβ in eine Gerade zusammen, d. h. Bβ geht durch den Durchschnitt O von Aα und Cγ.

Man nennt die Gerade g die gerade Polare von O und umgekehrt O den Pol von g bezüglich des Dreiecks ABC.

2. Zieht man durch O eine beliebige Gerade l, welche die Seiten des Dreieckes ABC in den Punkten MNP und die gerade Polare g von O in O^1 schneidet, so ist der Punkt O^1 nur vor der Lage des Punktes O gegen die Punkte MNP abhängig.

Legt man nämlich durch MNP die Seiten eines andern Dreiecks $A_1B_1C_1$, so treffen sich die Verbindungslinien der Ecken AA_1, BB_1, CC_1 in einem Punkt L, weil MNP in gerader Linie liegen. — Man kann daher L und l als Centrum und Achse zweier collinearen Systeme in perspectivischer Lage betrachten. Da O ein Punkt der Achse l ist, so fällt sein entsprechender O_1 im andern System mit ihm zusammen. Der Linie OA entspricht OA_1, dem Schnittpunkt α von OA und BC der Schnittpunkt α_1 von OA_1 und B_1C_1, dem harmonischen Gegenpunkt α^1 von α in Bezug auf BC der harmonische Gegenpunkt α_1^1 von α_1 bezüglich B_1C_1, der Geraden $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ eine Gerade $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$. Da aber zwei entsprechende Gerade zweier perspectivisch liegender collinearer Systeme sich in einem Punkt der Achse schneiden müssen und $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ diese in O^1 trifft, so muß auch $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$ durch O^1 gehen.

Der Punkt O^1 heißt der harmonische Mittelpunkt des ersten Grades für die Punkte MNP in Bezug auf O.

3. Sind auf einer Geraden l die 4 Punkte MNP und O gegeben, so findet man den harmonischen Mittelpunkt des ersten Grades von MNP bezüglich O, wenn man durch MNP die 3 Seiten eines beliebigen Dreiecks ABC legt und den Schnittpunkt von l mit der geraden Polare von O in Bezug auf ABC bestimmt,

oder:

Die gerade Polare eines Punktes O in Bezug auf ein Dreieck ABC schneidet jede durch O gelegte Gerade im harmonischen Mittelpunkt ersten Grades für ihre Schnittpunkte mit den Seiten in Bezug auf O.

Beweis folgt aus 2.

4. Die Pole aller Geraden $gg_1g_2\ldots$, welche durch einen Punkt P gehen, in Bezug auf ein Dreieck ABC, liegen auf einem Kegelschnitt $\varkappa$, der durch die Ecken ABC geht.

Durch einen Punkt P lege man beliebige Gerade $gg_1g_2g_3\ldots$ und bezeichne ihre Schnittpunkte mit den Seiten des Dreiecks ABC mit den Buchstaben $\alpha^1\beta^1\gamma^1$, $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$, $\alpha_2^1\beta_2^1\gamma_2^1$, ...

sodaß alle α auf BC, alle β auf AC, alle γ auf AB liegen. Die harmonischen Gegenpunkte dieser Punkte bezüglich der Ecken seien $\alpha\beta\gamma$, $\alpha_1\beta_1\gamma_1$, $\alpha_2\beta_2\gamma_2, \ldots$; dann sind die Punktreihen $\alpha^1\alpha_1^1\alpha_2^1\ldots$, $\beta^1\beta_1^1\beta_2^1\ldots$, $\gamma^1\gamma_1^1\gamma_2^1\ldots$ in perspectivischer Lage und daher $\alpha\alpha_1\alpha_2\ldots$, $\beta\beta_1\beta_2\ldots$, $\gamma\gamma_1\gamma_2\ldots$ projectivisch. Verbindet man alle Punkte α mit A, alle β mit B, alle γ mit C, so sind auch die Strahlenbüschel A $(\alpha\alpha_1\alpha_2\ldots)$, B $(\beta\beta_1\beta_2\ldots)$, C $(\gamma\gamma_1\gamma_2\ldots)$ projectivisch. Je 3 entsprechende Strahlen dieser Büschel schneiden sich in einem Punkt $OO_1O_2\ldots$, dem Pol der betreffenden Geraden $gg_1g_2\cdots$. Da aber diese Büschel einen Kegelschnitt $\varkappa$ erzeugen, so folgt, daß die Punkte ABC und die Pole $OO_1O_2\ldots$ auf einem Kegelschnitt liegen.

Den Kegelschnitt $\varkappa$ nennt man die conische Polare des Punktes P in Bezug auf das Dreieck ABC und umgekehrt P den Pol von $\varkappa$.

(cfr. Programm der Realschule auf der Burg zu Königsberg i. Pr. 1869. Ueber Abhängigkeit geometrischer Gebilde von Wilhelm Fuhrmann.)

5. Die conische Polare eines Punktes P in Bezug auf ein Dreieck ABC ist der geometrische Ort für die Pole aller Geraden, welche sich in P schneiden.

6. Liegt ein Punkt O auf der conischen Polare $\varkappa$ eines andern Punktes P, so liegt P auf der geraden Polare von O und umgekehrt.

Folgt aus 4.

7. Die conische Polare $\varkappa$ eines Punktes P in Bezug auf ein Dreieck ABC berührt in den Ecken ABC die Geraden $\mathrm{A}A^1$, $\mathrm{B}B^1$, $\mathrm{C}\Gamma^1$, wenn $A^1B^1\Gamma^1$ die harmonischen Gegenpunkte der Punkte $AB\Gamma$ bezüglich der Dreiecksseiten und $A_1B\Gamma$ die Punkte sind, in denen die Seiten von den Geraden AP, BP, CP geschnitten werden.

In den Büscheln A $(\alpha\alpha_1\alpha_2\ldots)$ und C $(\gamma\gamma_1\gamma_2\ldots)$, welche (cf. 4.) die conische Polare $\varkappa$ von P erzeugen, entspricht dem Strahl AC von A der Strahl $\mathrm{C}\Gamma^1$ von C, also berührt $\varkappa$ den Strahl $\mathrm{C}\Gamma^1$ in C.

Man kann dem letzten Satz auch folgende Fassung geben:

Die conische Polare $\varkappa$ eines Punktes P ist ein Kegelschnitt, dessen Tangente in jeder Ecke harmonisch ist zu dem nach dem Pol gehenden Strahl bezüglich der beiden Dreiecksseiten.

8. Die conischen Polaren aller Punkte einer Geraden bilden ein Büschel.

Die Gerade sei g und $PP_1P_2\ldots$ beliebige Punkte derselben, dann müssen ihre conischen Polaren $\varkappa\varkappa_1\varkappa_2\ldots$ außer durch die Ecken des Dreieckes auch durch den Pol O von g gehen, also ein Büschel bilden.

9. Alle conischen Polaren, welche durch einen Punkt O gehen, bilden ein Büschel.

Denn sie gehen sämmtlich auch durch die Ecken des Dreiecks.

10. Durch 2 Punkte O und O_1 läßt sich eine conische Polare legen.

Dieselbe ist der durch die 5 Punkte $ABCOO_1$ bestimmte Kegelschnitt.

11. Alle Büschel conischer Polaren, deren Pole auf solchen Geraden liegen, die sich in einem Punkt schneiden, haben einen Kegelschnitt gemeinschaftlich.

Nämlich die conische Polare des Schnittpunktes aller Geraden.

12. Die Schnittpunkte der conischen Polare $\varkappa$ eines Punktes O in Bezug auf ein Dreieck ABC mit irgend einer Transversale durch O sind nur abhängig von der Lage von O gegen die Schnittpunkte der Transversalen mit den Dreiecksseiten.

Irgend eine Transversale l durch O schneide die Seiten des Dreiecks ABC in den Punkten MNP. Durch letztere lege man die Seiten eines zweiten Dreiecks $A_1B_1C_1$, so treffen sich AA_1, BB_1, CC_1 in einem Punkt L und man kann L und l als Centrum und Achse 2er perspectivisch liegender collinearer Systeme betrachten, in denen A und A_1, B und B_1, C und C_1 entsprechende Punkte sind. Dann sind die conischen Polaren von O bezüglich beider Dreiecke entsprechende Kegelschnitte in den collinearen Systemen, denn sie gehen durch die entsprechenden Punkte ABC und $A_1B_1C_1$ und berühren in ihnen entsprechende Gerade. Die geraden Polaren nämlich von O bezüglich der beiden Dreiecke sind entsprechende Gerade (cf. 2.); ihre Schnittpunkte $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ und $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$ mit den Seiten entsprechende Punkte und daher $A\alpha^1$ und $A_1\alpha_1^1$, $B\beta^1$ und $B_1\beta_1^1$, $C\gamma^1$ und $C_1\gamma_1^1$ wieder entsprechende Gerade. Diese sind aber (cf. 7.) die Tangenten der conischen Polaren in den Ecken. Da also die conischen Polaren entsprechende Kegelschnitte sind, so müssen zwei ihrer Schnittpunkte auf der Achse l der collinearen Systeme liegen. Diese beiden Schnittpunkte sind also von dem Dreieck, das durch die Punkte MNP gelegt ist, unabhängig.

Man nennt sie die harmonischen Mittelpunkte des zweiten Grades von MNP in Bezug auf O.

13. Die harmonischen Mittelpunkte zweiten Grades in Bezug auf einen Punkt O für die Schnittpunkte irgend einer Geraden durch O mit den Seiten eines Dreiecks ABC liegen auf der conischen Polare von O bezüglich ABC.

Folgt aus 12.

14. Ist O^1 ein harmonischer Mittelpunkt des ersten Grades für 3 Punkte MNP bezüglich O, so ist O ein harmonischer Mittelpunkt des zweiten Grades für MNP bezüglich O^1.

Denn legt man durch MNP die Seiten irgend eines Dreiecks ABC, so geht die gerade Polare von O in Bezug auf dasselbe durch O^1, also nach 6. die conische Polare von O^1 durch O.

15. Fallen von 3 Punkten MNP einer Geraden l zwei, etwa M und N, zusammen, so fällt auch einer der harmonischen Mittelpunkte II. Grades für diese Punkte in Bezug auf jeden Punkt O von l mit jenen beiden zusammen.

Legt man nämlich durch MNP die Seiten irgend eines Dreiecks ABC, so muß eine Ecke desselben, etwa A, mit (MN) zusammenfallen. Die conische Polare von O bezüglich ABC geht aber durch A, also liegt in A einer der harmonischen Mittelpunkte des zweiten Grades.

15a. Sind ONP drei Punkte einer Geraden g, so fällt der harmonische Mittelpunkt I. Grades derselben bezüglich eines von ihnen z. B. O mit diesem zusammen; von den harmonischen Mittelpunkten des II. Grades fällt der eine auch mit O zusammen und der andere trennt ihn von N und P harmonisch.

Durch ONP lege man die Seiten eines Dreiecks ABC, so daß O und A, N und B, P und C einander gegenüberliegen, dann fällt die gerade Polare von O mit BC zusammen. Die conischen Polaren aller Punkte von g schneiden sich in ABC und dem Pol G von g; die conischen Polaren von ONP sind die 3 Geradenpaare des Büschels und zwar ist die von O das Geradenpaar (BC, AG). Die 4 Geraden AB, AC, AO, AG sind aber 4 harmonische Strahlen, also wird der Punkt O durch AG von N und P harmonisch getrennt.

16. Die geraden Polaren aller Punkte einer Geraden in Bezug auf ein Dreieck ABC werden von einem Kegelschnitt umhüllt, der die Poloconik der Geraden heißt, und die Seiten in den Punkten berührt, welche ihre Schnittpunkte mit der Geraden von den Ecken harmonisch trennen.

Auf einer Geraden l liegen die Punkte $OO_1O_2 \cdots$. Ihre Verbindungslinien mit den Ecken ABC bestimmen auf den Seiten BC, AC, AB drei Punktreihen $\alpha\alpha_1\alpha_2 \ldots$, $\beta\beta_1\beta_2 \cdots$, $\gamma\gamma_1\gamma_2 \ldots$ in perspectivischer Lage, denen drei andere projektivische Punktreihen entsprechen, gebildet durch die harmonischen Gegenpunkte jener $\alpha^1\alpha_1^1\alpha_2^1 \ldots$, $\beta^1\beta_1^1\beta_2^1 \ldots$, $\gamma^1\gamma_1^1\gamma_2^1 \ldots$ in Bezug auf die Ecken des Dreiecks. Je 3 entsprechende Punkte derselben $\alpha^1\beta^1\gamma^1$, $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$, $\alpha_2^1\beta_2^1\gamma_2^1, \ldots$ liegen in einer Geraden und werden von einem Kegelschnitt $\mathfrak{C}$ umhüllt, der auch die Seiten des Dreiecks berührt, weil A und B entsprechende Punkte der Punktreihen $\beta^1 \ldots$ auf AC und $\alpha^1 \ldots$ auf BC sind. Um den Berührungspunkt auf einer der Seiten z. B. AC zu bestimmen, hat man den dem Punkt C entsprechenden Punkt zu bestimmen. Dieser ist aber der harmonische Gegenpunkt des Schnittpunkts von l mit AC in Bezug auf die Ecken A und C. Die Linien $\alpha^1\beta^1\gamma^1$, $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1, \cdots$ sind aber die geraden Polaren von $OO_1 \ldots$, also werden dieselben von einem Kegelschnitt umhüllt.

16a. Die Poloconik einer Geraden, welche durch eine Ecke des Dreiecks geht, ist ein Punktpaar, dessen einer Theil diese Ecke ist.

Die Gerade sei l und gehe durch die Ecke A. Die Punktreihen $\beta^1\beta_1^1\beta_2^1 \cdots$ und $\gamma^1\gamma_1^1\gamma_2^1 \ldots$ haben A entsprechend gemein, also sind sie in perspectivischer Lage und es schneiden sich daher die Verbindungslinien entsprechender Punkte in einem Punkt, dieser ist α^1; daher ist die Poloconik von l das Punktpaar $(A\alpha^1)$.

16b. Die gerade Polare l eines Punktes O ist zugleich seine Polare bezüglich der Poloconik $\mathfrak{C}$ von l.

l schneide die Seiten von ABC in $\alpha^1\beta^1\gamma^1$, dann berührt $\mathfrak{C}$ die Seiten in den harmonischen Gegenpunkten $\alpha\beta\gamma$ jener bezüglich der Ecken und $A\alpha$, $B\beta$, $C\gamma$ treffen sich in O. Diese Linien sind aber die Polaren von $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ bezüglich $\mathfrak{C}$, denn α^1 z. B. wird durch $A\alpha$ von β und γ harmonisch getrennt und α ist der Berührungspunkt von $\alpha^1\alpha$ mit der Poloconik, also ist O der Pol von l.

17. **Die Poloconiken aller Geraden, die sich in einem Punkt schneiden, bilden eine Kegelschnittschaar mit vier gemeinschaftlichen Tangenten.**

Denn sie berühren alle die drei Seiten des Dreiecks und die gerade Polare des gemeinschaftlichen Schnittpunktes.

18. **Die gerade Polare p eines Punktes P in Bezug auf ein Dreieck ABC ist zugleich die Polare von P in Bezug auf seine conische Polare.**

Die Verbindungslinien PA, PB, PC schneiden die Seiten BC, AC, AB in $\alpha\beta\gamma$; sind $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ deren harmonische Gegenpunkte in Bezug auf die Ecken, so berührt die conische Polare $\varkappa$ von P die Linien $A\alpha^1$, $B\beta^1$, $C\gamma^1$ in ABC (cf. 7.). Die Polaren von $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ bezüglich $\varkappa$ sind $A\alpha$, $B\beta$, $C\gamma$. Diese schneiden sich in P, also ist P der Pol von $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ bezüglich $\varkappa$ oder $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ d. i. die gerade Polare von P die Polare von P in Bezug auf $\varkappa$.

19. **Liegen auf einer Geraden die 4 Punkte MNP und O, so werden die harmonischen Mittelpunkte II. Grades von MNP bezüglich O durch den harmonischen Mittelpunkt des ersten Grades von O harmonisch getrennt.**

Denn legt man durch MNP die Seiten eines beliebigen Dreieckes ABC, so geht die conische Polare von O bezüglich desselben durch die harmonischen Mittelpunkte des II. Grades, die Polare von O aber bezüglich seiner conischen Polare (cf. 18.) durch den harmonischen Mittelpunkt des ersten Grades.

20. **Die Polaren aller Punkte einer Geraden in Bezug auf ihre conischen Polaren haben als Einhüllende die Poloconik der Geraden.**

Folgt aus 16. und 18.

21. **Die Poloconik einer Geraden ist der Ort der Pole dieser Geraden in Bezug auf die conischen Polaren ihrer Punkte.**

Auf einer Geraden l seien die Punkte $PP_1P_2\cdots$. Ihre conischen Polaren $\varkappa\varkappa_1\varkappa_2\cdots$ bilden ein Büschel mit den 4 Basispunkten ABCL, wenn ABC die Ecken des Dreiecks und L der Pol von l bezüglich ABC ist. Die Polaren dieser Punkte bezüglich ihrer conischen Polaren werden von der Poloconik $\mathfrak{C}$ von l umhüllt. Von den Kegelschnitten des Büschels berühren zwei, μ und ν, die l in M und N. Die Polaren von M bezüglich aller Kegelschnitte $\varkappa\varkappa_1\varkappa_2\cdots$ schneiden sich in N, also geht durch N und ebenso durch M nur eine Tangente an die Poloconik $\mathfrak{C}$, d. h. M und N liegen auf $\mathfrak{C}$. Unter den Kegelschnitten des Büschels giebt es 3 Geradenpaare, deren Scheitel QQ^1Q^{11} sein mögen. Es seien diese Geradenpaare die conischen Polaren von PP^1P^{11} auf l und man bezeichne sie mit $\varkappa\varkappa^1\varkappa^{11}$. Die Punkte PP^1P^{11} sind dann die Durchschnitte von l mit

den Seiten **BC**, **AC**, **AB** und die Punkte QQ^1Q^{11} sind die harmonischen Gegenpunkte von jenen in Bezug auf die Ecken. Die Poloconik $\mathfrak{C}$ von l berührt daher die Seiten in QQ^1Q^{11}. Also liegen die 5 Punkte $MNQQ^1Q^{11}$ auf $\mathfrak{C}$. Diese Punkte sind aber die Pole von l bezüglich der Kegelschnitte $\mu\nu\varkappa\varkappa^1\varkappa^{11}$ des Büschels. Die Pole von l bezüglich aller Kegelschnitte des Büschels liegen aber auf einem Kegelschnitt und da dieser mit der Poloconik 5 Punkte $MNQQ^1Q^{11}$ gemein hat, so liegen auf ihr die Pole von l bezüglich der conischen Polaren aller Punkte von l.

22. **Die gerade Polare irgend eines Punktes P von l berührt die Poloconik von l in dem Pol von l bezüglich der conischen Polare k von P.**

Die Pole von l bezüglich der conischen Polaren $\varkappa\varkappa_1\varkappa_2 \cdots$ ihrer Punkte $PP_1P_2 \cdots$ sind diesen Kegelschnitten und also auch den Punkten $PP_1P_2 \cdots$ projectivisch, also auch den Polaren dieser Punkte bezüglich $\varkappa\varkappa_1\varkappa_2 \cdots$, d. h. den Tangenten der Poloconik $\mathfrak{C}$ von l. Durch die Punkte QQ^1Q^{11} von $\mathfrak{C}$ gehen die Polaren von PP^1P^{11}; es sind aber QQ^1Q^{11} die Pole von l bezüglich $\varkappa\varkappa^1\varkappa^{11}$; also sind die Tangenten von $\mathfrak{C}$ in perspectivischer Lage mit den Polen von l bezüglich der Kegelschnitte $\varkappa\varkappa^1\varkappa^{11}\varkappa_1\varkappa_2 \cdots$, woraus der Satz folgt.

23. **Sind $\varkappa_1\varkappa_2$ die conischen Polaren der Punkte P_1P_2, so fällt die Polare von P_1 bezüglich $\varkappa_2$ mit der Polare von P_2 bezüglich $\varkappa_1$ zusammen. — Diese Linie heißt (nach Cremona) die gemischte gerade Polare der Punkte P_1 und P_2.**

Die Verbindungslinie von P_1P_2 sei l und es bilden daher die conischen Polaren aller Punkte von l ein Kegelschnittbüschel, zu dem auch die Kegelschnitte $\varkappa_1\varkappa_2$ gehören. Die Pole von l bezüglich $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ seien Π_1 und Π_2, dann schneiden sich die Polaren aller Punkte von l bezüglich $\varkappa_1$ in Π_1, bezüglich $\varkappa_2$ in Π_2. Die conjugirten Punkte von P_1 und P_2 bezüglich des Büschels der conischen Polaren der Punkte von l, d. h. diejenigen Punkte, in denen sich die Polaren von P_1 resp. P_2 in Bezug auf alle Kegelschnitte des Büschels schneiden, seien P_1^1 und P_2^1 so sind $\Pi_1P_1^1$ und $\Pi_2P_2^1$ die Polaren von P_1 und P_2 in Bezug auf $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$. Der geometrische Ort der Pole einer Geraden l in Bezug auf die Kegelschnitte eines Büschels ist aber (cf. Schröter, Steiners Vorlesungen pag. 314) auch der Ort derjenigen Punkte, welche den Punkten von l in Bezug auf das Büschel conjugirt sind, also liegen P_1^1 und P_2^1 auch auf der Poloconik $\mathfrak{C}$ von l. Da aber die Polare von P_1 bezüglich $\varkappa_1$ die Tangente an $\mathfrak{C}$ in Π_1 ist, so muß P_1^1 mit Π_1 und ebenso P_2^1 mit Π_2 zusammen fallen. Die Polare von P_1 bezüglich $\varkappa_2$ ist aber $P_1^1\ \Pi_2$ und die von P_2 bezüglich $\varkappa_1$ ist $P_1^1\ \Pi_1$, d. h. diese beiden Linien müssen zusammenfallen in die Linie $\Pi_1\ \Pi_2$.

24. **Die Tangenten von irgend einem Punkt O an die Poloconik $\mathfrak{C}$ einer Geraden l sind die geraden Polaren der Schnittpunkte der conischen Polaren von O mit l.**

Sind PP_1 diese Schnittpunkte, so müssen ihre geraden Polaren durch O gehen, weil sie selbst auf der conischen Polare von O liegen.

24a. Die Polaren eines Punktes P in Bezug auf die Poloconiken aller Geraden $l l_1 l_2 \dots$ durch P werden von der conischen Polare π von P umhüllt.

Sei p die gerade Polare von P in Bezug auf $\triangle ABC$ und schneide die Seiten abc in den Punkten $\alpha^1 \beta^1 \gamma^1$, so bilden die Poloconiken $\mathfrak{C}\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2 \cdots$ von $l l_1 l_2 \cdots$ eine Kegelschnittschaar mit den 4 festen Tangenten abcp (cf. 17.). Vom Punkt P gehen an jede Poloconik 2 Tangenten, deren Pole bezüglich ABC die Schnittpunkte von l mit der conischen Polare π von P sind (cf. 24.). Unter allen Poloconiken der Geraden durch P giebt es zwei $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$, welche durch P gehen und in P die Geraden m und n berühren, dann müssen m und n auch die conische Polare π berühren und sind zugleich die Polaren von P bezüglich $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$. Die Poloconiken der Linien PA, PB, PC sind die Punktpaare $(A\alpha^1)$, $(B\beta^1)$, $(C\gamma^1)$; die Polaren von P bezüglich derselben sind die Geraden $A\alpha^1$, $B\beta^1$, $C\gamma^1$, welche (cf. 7.) von der conischen Polare π von P in ABC berührt werden. Da aber die Polaren des Punktes P in Bezug auf alle Kegelschnitte der Kegelschnittschaar von Poloconiken von einem Kegelschnitt umhüllt werden, so muß dieser mit der conischen Polare π von P zusammenfallen, da beide 5 gemeinschaftliche Tangenten haben.

24b. Der Pol irgend einer Geraden l durch P bezüglich des Dreiecks ABC ist der Berührungspunkt der conischen Polare π von P mit der Polare von P bezüglich der Poloconik von l.

Die Polaren von P bezüglich der Poloconiken $\mathfrak{C}\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2 \cdots$ der durch P gehenden Geraden $l l_1 l_2 \cdots$ sind diesen Kegelschnitten und also auch den Geraden $l l_1 l_2 \cdots$ projectivisch, also auch den Polen dieser Geraden bezüglich der Poloconiken $\mathfrak{C}\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2 \cdots$, d. h. den Punkten der conischen Polare π von P (cf. 4.). Durch die Punkte ABC gehen aber die Polaren von P bezüglich der Punktpaare $(A\alpha^1)$, $(B\beta^1)$, $(C\gamma^1)$ und ABC sind die Berührungspunkte, also sind die Punkte von π in perspectivischer Lage mit den Polaren von P bezüglich $\mathfrak{C}\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2 \dots$

24c. Sind $\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2$ die Poloconiken von $l_1 l_2$, so fällt der Pol von l_1 bezüglich $\mathfrak{C}_2$ mit dem Pol von l_2 bezüglich $\mathfrak{C}_1$ zusammen. Dieser Punkt mag der gemischte Pol von $l_1 l_2$ heißen.

Es sei P der Schnittpunkt von $l_1 l_2$ und $\mathfrak{C}\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2 \cdots$ seien die Poloconiken der durch P gelegten Geraden $l l_1 l_2 \cdots$, so bilden diese eine Kegelschnittschaar. Die Polaren von P bezüglich $\mathfrak{C}_1$ und $\mathfrak{C}_2$ seien p_1 und p_2, dann liegen die Pole aller durch P gelegten Geraden bezüglich $\mathfrak{C}_1$ auf p_1, bezüglich $\mathfrak{C}_2$ auf p_2. Jede der beiden Geraden l_1 und l_2 hat in Bezug auf die Kegelschnitte der Schaar (cf. Schröter pag 333) eine conjugirte Gerade l_1^1 und l_2^1, d. h. die Pole von l_1 in Bezug auf alle Kegelschnitte der Schaar liegen auf l_1^1 und umgekehrt. Es sind also die Schnittpunkte $(p_1 l_1^1)$ und $(p_2 l_2^1)$ die Pole von l_1 und l_2 bezüglich $\mathfrak{C}_1$ und $\mathfrak{C}_2$. Die Geraden, welche den sämmtlichen durch P gehenden Geraden, conjugirt sind, werden aber (Schröter pag. 340) von demselben Kegelschnitt π, an welchem die sämmtlichen Polaren von P bezüglich der Kegelschnitte $\mathfrak{C}\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2 \cdots$ Tangenten sind, also nach 24. a. von der conischen Polare von P umhüllt, also sind l_1^1 und l_1^1 auch

Tangenten von π. Da der Pol von l_1 bezüglich $\mathfrak{C}_1$ der Berührungspunkt von p_1 mit π (cf. 24. b.) sein muß, und nach Obigem auch der Durchschnitt von p_1 mit l_1^1 ist und letztere Gerade auch π berührt, so muß p_1 mit l_1^1 zusammenfallen, und ebenso p_2 mit l_2^1. Der Pol von l_1 bezüglich $\mathfrak{C}_2$ ist aber der Schnittpunkt $(l_1^1 p_2)$ oder $(p_1 p_2)$, der von l_2 bezüglich $\mathfrak{C}_1$ ist $(l_2^1 p_1)$ oder $(p_2 p_1)$, also fallen beide zusammen.

25. Die Poloconik einer Geraden l ist der geometrische Ort der Punkte, deren conische Polaren l berühren. (Cremona art. 104, b.)

Denn ist O ein Punkt der Poloconik, so geht durch ihn nur eine Tangente an diese, also muß die conische Polare von O die l berühren. —

26. Die conische Polare eines Punktes O ist die Einhüllende der Geraden, deren Poloconiken durch O gehen. (Cremona art. 103, f.)

Ist O ein Punkt der Poloconik $\mathfrak{C}$ von l, $\mathfrak{C}_1$ von l_1, $\mathfrak{C}_2$ von l_2, $\cdots$ so muß (nach 25.) seine conische Polare alle Geraden $l l_1 l_2 \cdots$ berühren.

27. Die geraden Polaren aller Punkte eines Kegelschnitts werden von einer Curve der IV. Klasse umhüllt. (Cremona art. 84.)

Sei K ein beliebiger Kegelschnitt, O ein Punkt desselben, so schneidet die conische Polare von O den Kegelschnitt K in 4 Punkten, deren gerade Polaren die einzigen sind, welche durch O gehen.

28. Die geraden Polaren aller Punkte eines Kegelschnitts, welcher durch eine Ecke des Dreiecks geht, werden von einer Curve der III. Klasse umhüllt.

Denn die conische Polare eines beliebigen Punktes des Kegelschnitts trifft außer in der Ecke, durch welche dieser geht, die conische Polare jenes Punktes nur noch in drei Punkten, deren gerade Polaren sich in jenem schneiden.

29. Die geraden Polaren aller Punkte eines Kegelschnitts K, welcher durch zwei Ecken AB des Dreiecks ABC geht, werden von einem Kegelschnitt umhüllt, der die Seiten AC und BC in den harmonischen Gegenpunkten ihrer Schnittpunkte mit K berührt.

Der Kegelschnitt K gehe durch A und B; sind $O O_1 O_2 \cdots$ beliebige Punkte von K, so bestimmen die Strahlen AO, AO_1, $AO_2 \cdots$ und BO, BO_1, $BO_2 \cdots$ auf BC und AC zwei projectivische Punktreihen $\alpha\alpha_1 \alpha_2 \cdots$ und $\beta\beta_1 \beta_2 \cdots$, deren harmonische Gegenpunkte in Bezug auf die Punkte BC und AC, nämlich $\alpha^1 \alpha_1^1 \alpha_2^1 \cdots$ und $\beta^1 \beta_1^1 \beta_2^1 \cdots$ wieder zwei Punktreihen in projectivischer Beziehung sind. Die Verbindungslinien $\alpha^1\beta^1$, $\alpha_1^1\beta_1^1$, $\alpha_2^1\beta_2^1, \cdots$ werden von einem Kegelschnitt K^1 umhüllt und sind die geraden Polaren der Punkte $O O_1 O_2 \cdots$. Der Kegelschnitt K schneide BC in M, AC in N, so berührt K^1 diese Seiten in $M^1 N^1$, wenn $M^1 N^1$ die harmonischen Gegenpunkte von MN in Bezug auf die Ecken sind.

30. Bilden die Kegelschnitte $K K_1 K_2 \ldots$ ein Büschel durch 2 Ecken AB und 2 Punkte MN auf den Seiten BC und AC, so berühren sich alle Kegelschnitte,

welche von den geraden Polaren aller Punkte der gegebenen Kegelschnitte umhüllt werden, doppelt in den harmonischen Gegenpunkten M^1N^1 von MN in Bezug auf die Ecken.

Folgt aus 29.

31. Die geraden Polaren aller Punkte eines Kegelschnitts, welcher durch die 3 Ecken des Dreiecks ABC geht, schneiden sich in einem Punkt, dessen conische Polare bezüglich ABC jener Kegelschnitt ist.

Ist K der Kegelschnitt durch ABC und sind $OO_1 O_2 \cdots$ beliebige Punkte auf ihm, so treffen die Verbindungslinien $A(OO_1 O_2 \cdots)$, $B(OO_1 O_2 \cdots)$, $C(OO_1 O_2 \cdots)$ die Seiten BC, AC, AB in den Punkten $\alpha\alpha_1 \alpha_2 \cdots$, $\beta\beta_1 \beta_2 \cdots$, $\gamma\gamma_1 \gamma_2 \cdots$, welche in perspectivischer Lage sind. Ihre harmonischen Gegenpunkte $\alpha^1\alpha_1^1 \alpha_2^1 \cdots$, $\beta^1\beta_1^1\beta_2^1 \cdots$, $\gamma^1\gamma_1^1\gamma_2^1 \cdots$ sind daher in projectivischer Beziehung und je 3 entsprechende, wie $\alpha^1\beta^1\gamma^1$, $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$, $\alpha_2^1\beta_2^1\gamma_2^1, \cdots$ liegen in einer Geraden. Läßt man einen der Punkte O in eine Ecke z. B. A rücken, so fallen in A 2 entsprechende Punkte der Punktreihen $\beta^1 \cdots$ und $\gamma^1 \cdots$ zusammen, also sind dieselben in perspectivischer Lage und die Verbindungslinien je 2er entsprechender Punkte schneiden sich in einem Punkt und da die Pole aller dieser Linien, nämlich $OO_1 O_2 \cdots$, in Bezug auf das Dreieck, auf dem Kegelschnitt K liegen, so ist K die conische Polare des Schnittpunkts.

32. Der geometrische Ort der Pole je einer von 2 Geraden l und l_1 in Bezug auf die conischen Polaren der Punkte der andern ist ein Kegelschnitt, welcher die Seiten des Dreiecks ABC in den 6 Punkten schneidet, in welchen sie von den Poloconiken von l und l_1 berührt werden. Er heißt (Cremona) die gemischte Poloconik von l und l_1.

Fig. IV. $OO_1 O_2 \cdots$ seien beliebige Punkte einer Geraden g, welche BC in M, AC in N und AB in P schneidet. Die Verbindungslinien dieser Punkte mit den Ecken des Dreiecks bestimmen auf den Seiten desselben drei projectivische Punktreihen $\alpha\alpha_1 \alpha_2 \cdots$, $\beta\beta_1 \beta_2 \cdots$, $\gamma\gamma_1 \gamma_2 \cdots$ deshalb sind auch die Strahlbüschel $\alpha(\gamma\gamma_1\gamma_2 \cdots)$ und $\gamma(\alpha\alpha_1 \alpha_2 \cdots)$ in projectivischer Beziehung und, weil der gemeinschaftliche Strahl $\alpha\gamma$ sich selbst entspricht, in perspectivischer Lage, also liegen die Schnittpunkte $(\alpha\gamma_1, \alpha_1\gamma)$, $(\alpha\gamma_2, \alpha_2\gamma), \cdots$ in einer Geraden. Zur Punktreihe $\alpha \cdots$ gehören die beiden Punkte C und B. Die ihnen entsprechenden in der Reihe γ sind A und P. Da sich aber γC und αA in O, γB und αP in P schneiden, so ist die Gerade OP oder g der perspectivische Durchschnitt. Man folgert nun, daß sich auch $\alpha\beta_1$ und $\alpha_1\beta$, $\beta\gamma_1$ und $\beta_1\gamma, \ldots$ auf g schneiden, also ist das Sechseck $\alpha\beta_1 \gamma\alpha_1 \beta\gamma_1$ ein Pascalsches und es läßt sich um dasselbe ein Kegelschnitt legen. —

Die Geraden l und l_1 schneiden die Seiten von ABC in $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ und $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$; sind dann $\alpha\beta\gamma$ und $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ deren harmonische Gegenpunkte in Bezug auf die Ecken, so liegen die letzteren 6 Punkte auf einem Kegelschnitt K. Die conische Polare von α ist das Linienpaar $(BC, A\alpha^1)$; es schneide $\alpha^1\gamma$ die l_1 in A_1, dann ist l die Polare von A_1 bezüglich $(BC, A\alpha^1)$, also muß l auch

die Polare von α bezüglich der conischen Polare von A_1 sein. (cfr. 23.) Sind ferner B_1 und Γ_1 die Schnittpunkte von l_1 mit $\alpha\gamma$ und $\alpha\beta$, so ist l die Polare von β bezüglich der conischen Polare von B_1 und auch von γ bezüglich der conischen Polare von Γ_1. Die Pole von l bezüglich der conischen Polaren der Schnittpunkte $\alpha_1^1 \beta_1^1 \gamma_1^1$ von l_1 mit den Seiten sind $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$, es liegen also die Pole von l bezüglich der conischen Polaren der Punkte $A_1 B_1 \Gamma_1 \alpha_1^1 \beta_1^1 \gamma_1^1$ auf einem Kegelschnitt K, auf dem daher auch die Pole von l bezüglich der conischen Polaren aller Punkte von l_1 liegen müssen. Der Kegelschnitt, welcher die Pole von l_1 bezüglich der conischen Polaren der Punkte von l enthält, muß aber mit jenem zusammenfallen, weil er mit ihm die 6 Punkte $\alpha\beta\gamma\alpha_1\beta_1\gamma_1$ gemein hat.

33. Die gemischte Poloconik 2er Geraden l und l_1 ist der geometrische Ort der Punkte, in Bezug auf deren conische Polaren l und l_1 conjugirte Gerade sind. (Cremona art. 125. a.)

Sei K die gemischte Poloconik von ll_1, R ein beliebiger Punkt auf ihr, ϱ seine conische Polare, dann ist R zugleich der Pol von l in Bezug auf die conische Polare σ_1 eines Punktes S_1 von l_1 und auch von l_1 bezüglich der conischen Polare σ eines Punktes S von l. Daher ist l die Polare von R bezüglich σ_1 und also (cfr. 23.) auch von S_1 bezüglich ϱ; ebenso ist l_1 die Polare von S bezüglich ϱ. Da aber S auf l und S_1 auf l_1 liegt, so sind l und l_1 in Bezug auf ϱ conjugirte Gerade.

34. Ist M irgend ein Punkt der gemischten geraden Polare p_{12} zweier Punkte P_1 und P_2, so geht die Polare von P_1 bezüglich der conischen Polare μ von M durch P_2 und umgekehrt. (Cremona art. 69, d.)

Die conischen Polaren von $P_1 P_2$ seien $\varkappa_1 \varkappa_2$, so fallen (cfr. 23.) die Polaren von P_1 bezüglich $\varkappa_2$ und von P_2 bezüglich $\varkappa_1$ in eine Gerade p_{12} zusammen. Ist M ein beliebiger Punkt von p_{12}, μ seine conische Polare, so liegt M auf der Polare p_{12} von P_1 bezüglich $\varkappa_2$, also muß die Polare m_1 von M bezüglich $\varkappa_2$ durch P_1 gehen. Es fällt aber (cfr. 23.) m_1 mit der Polare von P_2 bezüglich μ zusammen, also liegt P_1 auf der Polare von P_2 bezüglich μ.

35. Die gemischte gerade Polare zweier Puncte P_1 und P_2 ist der geometrische Ort der Punkte, in Bezug auf deren conische Polaren P_1 und P_2 conjugirte Punkte sind. (Cremona art. 123.)

Die gemischte gerade Polare von P_1 und P_2 sei p_{12}, $MM_1M_2 \cdots$ beliebige ihrer Punkte, so bilden deren conische Polaren $\mu\mu_1 \mu_2 \cdots$ ein Büschel. Es liegt aber P_1 auf den Polaren von P_2 bezüglich aller Kegelschnitte μ, also sind P_1 und P_2 conjugirte Punkte in Bezug auf das Büschel.

36. Die gemischte gerade Polare zweier Punkte M und O geht durch die beiden Punkte, in welchen die geraden Polaren von M und O die Poloconik von MO berühren. (Cremona art. 124.)

Die Linie MO bezeichne man mit l und $\varkappa$ sei eine conische Polare durch M, P ihr Pol; die Schnittpunkte von $\varkappa$ mit l seien MN; ferner OO^1 harmonisch zu MN, dann liegt P auf der ge-

mischten geraden Polare von OO' und auf den geraden Polaren von M und N. — Fallen M und N in einen Punkt zusammen, berührt also $\varkappa$ die Gerade l in M, dann muß der Pol P von $\varkappa$ auf der Poloconik von l liegen. Da MNOO' harmonisch liegen, so muß auch für diesen Fall O' mit MN zusammen fallen, dann sind also M und O 2 conjugirte Punkte in Bezug auf $\varkappa$ und ihre gemischte gerade Polare muß durch P gehen. P liegt aber auf der Poloconik von l (cfr. 26.) und diese wird in ihm von der geraden Polare von M berührt. Die gemischte gerade Polare von MO geht also durch den Punkt, in welchem die gerade Polare von M die Poloconik von l berührt und muß ebenso durch den Punkt gehen, in welchem die gerade Polare von O diese Poloconik berührt.

37. Ist m irgend eine Gerade des gemischten Pols P_{12} zweier Geraden l_1 und l_2, so liegt der Pol von l_1 bezüglich der Poloconik $\mathfrak{M}$ von m auf l_2 und umgekehrt.

$\mathfrak{C}_1$ und $\mathfrak{C}_2$ seien die Poloconiken von l_1 und l_2 und P_{12} der Pol von l_1 bezüglich $\mathfrak{C}_2$, also auch von l_2 bezüglich $\mathfrak{C}_1$. (24. c.) Da m durch den Pol P_{12} von l_1 in Bezug auf $\mathfrak{C}_2$ geht, so muß der Pol M_1 von m bezüglich $\mathfrak{C}_2$ auf l_1 liegen. Es fällt aber (24. c.) M_1 mit dem Pol von l_2 in Bezug auf $\mathfrak{M}$ zusammen, also geht l_1 durch den Pol von l_2 bezüglich $\mathfrak{M}$.

38. Durch den gemischten Pol P_{12} zweier Geraden l_1 und l_2 gehen alle die Geraden, in Bezug auf deren Poloconiken l_1 und l_2 conjugirte Gerade sind.

$m m_1 m_2 \cdots$ seien beliebige Gerade durch P_{12}, so bilden ihre Poloconiken $\mathfrak{M}\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2 \cdots$ eine Kegelschnittschaar (17.). Es geht aber l_1 durch den Pol von l_2 bezüglich aller $\mathfrak{M} \cdots$, (cfr. 37.), also sind l_1 und l_2 conjugirte Gerade.

39. Der gemischte Pol zweier Geraden m und o ist der Durchschnitt der beiden Geraden, welche in den Polen von m und o bezüglich ABC die conische Polare vom Schnittpunkt (m, o) berühren.

Den Punkt (mo) bezeichne man mit $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{K}$ sei die Poloconik irgend einer Geraden k und sie berühre m. Die Tangenten von $\mathfrak{L}$ an $\mathfrak{K}$ sind m und n, ferner die Geraden oo' harmonisch mit mn. Wenn mn in eine Gerade zusammenfallen, dann muß k die conische Polare von $\mathfrak{L}$ berühren, weil $\mathfrak{L}$ in diesem Fall auf $\mathfrak{K}$ liegt. (cfr. 25.) Dann muß auch, da mnoo' 4 harmonische Strahlen sind, o' mit mn zusammenfallen, also sind m und o conjugirte Strahlen in Bezug auf $\mathfrak{K}$ und ihr gemischter Pol muß (nach 38.) auf k liegen. Es berührt aber k die conische Polare von $\mathfrak{L}$ in dem Pol von m bezüglich ABC (cfr. 24. b.), also liegt der gemischte Pol von m und o auf der Linie, welche in dem Pol von m die conische Polare von $\mathfrak{L}$ berührt und muß ebenso auf der Linie liegen, welche dieselbe conische Polare im Pol von o bezüglich ABC berührt.

40. Der geometrische Ort für die Polaren je eines von 2 Punkten P und P_1 in Bezug auf die Poloconiken aller Geraden durch den andern ist ein Kegelschnitt, welcher die 6 Tangenten in den Ecken ABC an die conischen Polaren von P und P_1 berührt. Gemischte conische Polare von P und P_1.

Durch einen Punkt G seien die Geraden $g g_1 g_2 \cdots$ gezogen, welche die Seiten des Dreiecks ABC in den Punkten $\alpha^1\beta^1\gamma^1$, $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$, $\alpha_2^1\beta_2^1\gamma_2^1, \cdots$ schneiden, dann sind die Strahlenbüschel $A(\alpha^1\alpha_1^1\alpha_2^1\cdots)$, $B(\beta^1\beta_1^1\beta_2^1\cdots)$, $C(\gamma^1\gamma_1^1\gamma_2^1\cdots)$ projectivisch, also auch die Punktreihen $A\alpha^1(C\gamma^1, C\gamma_1^1, C\gamma_2^1, \cdots)$ und $C\gamma^1(A\alpha^1, A\alpha_1^1, A\alpha_2^1, \cdots)$. Diese sind überdies in perspectivischer Lage und daher schneiden sich die Verbindungslinien entsprechender Punkte in einem Punkt. Es sind ferner die Schnittpunkte von $A\alpha^1$ mit CG und $C\gamma^1$ mit AC, von $A\alpha^1$ mit CA und $C\gamma^1$ mit AG entsprechende Punktpaare. Da deren Verbindungslinien sich in G schneiden, so ist G der perspectivische Durchschnitt. Daraus folgt, daß das Sechsseit $A\alpha^1$, $B\beta_1^1$, $C\gamma^1$, $A\alpha_1^1$, $B\beta^1$, $C\gamma_1^1$ ein Brianchon'sches ist und daß sich in dasselbe ein Kegelschnitt K construiren läßt.

Fig. V. Zieht man durch irgend 2 Punkte P und P_1 die Geraden PA, PB, PC, P_1A, P_1B, P_1C, welche die Seiten in $\alpha\beta\gamma\alpha_1\beta_1\gamma_1$ schneiden und construirt in Bezug auf die Ecken die harmonischen Gegenpunkte $\alpha^1\beta^1\gamma^1\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$, so giebt es einen Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, welcher die 6 Linien $A\alpha^1$, $B\beta^1$, $C\gamma^1$, $A\alpha_1^1$, $B\beta_1^1$, $C\gamma_1^1$ berührt. Die Poloconik von $A\alpha$ ist das Punktpaar $(A\alpha^1)$ (cfr. 16. a.), folglich ist $A\alpha^1$ auch die Polare von P_1 bezüglich $(A\alpha^1)$; ebenso sind $B\beta^1$ und $C\gamma^1$ die Polaren von P_1 bezüglich der Punktpaare $(B\beta^1)$ und $(C\gamma^1)$, welche die Poloconiken der Geraden $B\beta$ und $C\gamma$ sind. — Die Linien AP_1, $C\gamma_1^1$ und $B\beta_1^1$ schneiden sich in einem Punkt $\mathfrak{A}_1$ (cfr. 1.), zieht man dann $P\mathfrak{A}$ oder a, so ist P_1 der Pol dieser Linie in Bezug auf die Poloconiken der Geraden $A\alpha_1^1$, denn diese Poloconik ist das Punktpaar $(A\alpha_1)$ und $A\alpha_1 \mathfrak{A}_1 P_1$ sind 4 harmonische Punkte, folglich ist auch (cfr. 24. c.) P_1 der Pol von $A\alpha_1^1$ in Bezug auf die Poloconik von a, oder $A\alpha_1^1$ ist die Polare von P_1. Auf dieselbe Weise läßt sich zeigen, daß $B\beta_1^1$ und $C\gamma_1^1$ die Polaren von P_1 bezüglich der Poloconiken 2er Linien b und c durch P sind, also fällt der Kegelschnitt K_1, welcher die Polaren von P_1 bezüglich der Poloconiken aller durch P gelegten Geraden umhüllt, mit dem Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ zusammen. Mit diesem fällt, was sich auf dieselbe Art nachweisen läßt, auch der Kegelschnitt K zusammen, welcher die Polaren von P in Bezug auf die Poloconiken aller Geraden, die sich durch P_1 ziehen lassen, zusammen, d. h. die Kegelschnitte K_1 und K sind identisch.

40. a. Die gemischte conische Polare 2er Punkte P und P_1 ist der geometrische Ort der Geraden, in Bezug auf deren Poloconiken P und P_1 conjugirte Punkte sind.

Sei K die gemischte conische Polare von P und P_1, r eine ihrer Tangenten, $\mathfrak{R}$ deren Poloconik, dann ist r zugleich die Polare von P in Bezug auf die Poloconik $\mathfrak{S}_1$ eines Strahles s_1 von P_1 und auch von P_1 in Bezug auf die Poloconik $\mathfrak{S}$ eines Strahles s von P. Daher ist P der Pol von r bezüglich $\mathfrak{S}_1$ und daher auch (cfr. 24. c.) von s_1 bezüglich $\mathfrak{R}$, und P_1 ist auch der Pol von s bezüglich $\mathfrak{R}$, d. h. P und P_1 sind in Bezug auf $\mathfrak{R}$ conjugirte Punkte.

II. Die Polaren einer Curve III. Ordnung mit 2 Doppelpunkten.

41. Eine Curve III. O. mit zwei Doppelpunkten besteht aus einem Kegelschnitt K und einer Geraden g.

42. Die gerade Polare eines Punktes O in Bezug auf die Curve (K,g) fällt zusammen mit der geraden Polare von O bezüglich eines Dreiecks ABC, dessen eine Seite g ist und dessen andere Seiten die Tangenten in den Schnittpunkten einer beliebig durch O gelegten Transversale sind.

Man lege (Fig. II.) durch O eine beliebige Gerade, welche g in P, K in MN schneidet, ziehe in MN Tangenten, die sich in C und g in AB schneiden, ziehe OA, OB, OC und nenne ihre Schnittpunkte mit den Seiten $\alpha\beta\gamma$, construire die harmonischen Gegenpunkte $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ in Bezug auf die Ecken, so ist γ^1C die gerade Polare von O bezüglich ABC. Nun sind γ^1O, γ^1C, γ^1B, $\gamma^1\beta$ 4 harmonische Strahlen und da die ersten drei nur von der Lage von O gegen K und g abhängig sind, so ist $\gamma^1\beta$ unabhängig vom Dreieck ABC, folglich ist auch $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ als 4ter harmonischer Strahl zu γ^1A, γ^1C, $\gamma^1\beta$ unabhängig vom Dreieck ABC d. h. von der Lage der Transversale MNP. Die Linie $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ schneidet MNP im harmonischen Mittelpunkt I. Grades bezüglich O und ebenso jede andere Transversale durch O und ist also die gerade Polare von O bezüglich (K,g).

43. Die geraden Polaren aller Punkte einer Geraden l in Bezug auf (K,g) werden von einem Kegelschnitt C umhüllt, der Poloconik von l in Bezug auf (K,g). — Sind MNP die Schnittpunkte von l mit K und g, ABC das Dreieck, dessen Seiten die Tangenten in M,N und die Gerade g sind, so berührt C diese Seiten in den harmonischen Gegenpunkten $M^1N^1P^1$ von MNP.

Beweis folgt aus 16. und 42.

44. Zieht man durch einen Punkt O beliebige Transversalen $ll_1l_2\ldots$ und bestimmt auf jeder die harmonischen Mittelpunkte des zweiten Grades für ihre Schnittpunkte mit (K,g) bezüglich O, so liegen auf irgend einer Geraden m, die nicht durch O geht, nur 2 d. h. sie erfüllen einen Kegelschnitt, die conische Polare von O.

Ist M die Poloconik von m, OA und OB die beiden Tangenten von O an dieselben, so müssen die Pole A_1 und B_1 derselben auf m die einzigen Punkte sein, deren gerade Polaren durch O gehen; d. h. auf der Transversale OA_1 ist für ihre Schnittpunkte mit (K,g) O ein harmonischer Mittelpunkt ersten Grades in Bezug auf A_1, also (cfr. 14.) A_1 einer des 2ten Grades bezüglich O.

45. Alle conischen Polaren gehen durch die Doppelpunkte der Curve (K, g.).

Fig. II. K und g mögen sich A und B schneiden. Zieht man dann durch einen beliebigen Punkt O

die Transversale $O\mathfrak{A}$, so fallen 2 der Schnittpunkte in $\mathfrak{A}$ zusammen, also auch einer der harmonischen Mittelpunkte II. Grades.

46. Jede Gerade hat 2 Pole, für welche sie die gerade Polare bezüglich (K, g) ist.

Die Gerade sei p oder (Fig. II.) $\alpha^1 \beta^1 \gamma^1$, dann liegt ihr Pol O bezüglich (K, g) auf der Polare OC_1 des Durchschnitts γ^1 von p und g bezüglich K und falls p mehrere Pole in Bezug auf (K, g) hat, so müssen sie sämmtlich auf OC_1 liegen. Da γ^1 auf der geraden Polare derselben liegt, so muß (cfr. 14.) die conische Polare von γ^1 durch sie hindurch gehen. Da sie OC_1 aber nur in 2 Punkten schneidet, so hat p nur zwei Pole.

47. Die conischen Polaren aller Punkte einer Geraden l bezüglich (K, g) bilden ein Büschel.

Die 4 Basispunkte sind nämlich die Doppelpunkte (cfr. 45.) und die Pole von l bezüglich (K, g).

48. Der geometrische Ort für die Pole aller Geraden, die sich in einem Punkt O schneiden, ist die conische Polare dieses Punktes.

Denn die gerade Polare eines jeden dieser Pole geht durch O.

49. Die gerade Polare eines Punktes von g ist g selbst, die eines Punktes von K ist die Tangente in diesem Punkt an K.

Folgt unmittelbar aus 42.

50. Die Pole aller Geraden bezüglich (K, g), welche sich in einem Punkt von g schneiden, liegen auf der Polare dieses Punktes bezüglich K und bilden eine Punktinvolution. — Die conische Polare eines Punktes von g ist das Geradenpaar, welches aus der Polare dieses Punktes bezüglich K und aus g selbst besteht.

Ist γ^1 der Schnittpunkt aller Geraden auf g, so liegen (Fig. II.) ihre Pole bezüglich (K, g) auf der Polare $C_1 O$ von γ^1 in Bezug K. — Da die geraden Polaren aller Punkte von $C_1 O$ sich daher in γ^1 schneiden und die gerade Polare eines jeden Punktes von g diese Gerade selbst ist, so ist das Geradenpaar ($C_1 O$, g) die conische Polare von γ^1.

51. Die conische Polare irgend eines Punktes O geht durch die Berührungspunkte der von O an K gezogenen Tangenten.

Folgt aus 15. — Liegt O auf K, so fallen die beiden Berührungspunkte zusammen, daher folgt:

52. Die conische Polare eines Punktes O von K berührt K in O und trennt O von den beiden übrigen Schnittpunkten einer jeden durch O gezogenen Transversale von diesem Punkt harmonisch.

Der zweite Theil des Satzes folgt aus 15a.

53. Die geraden Polaren aller Punkte einer Geraden l, welche durch einen der Schnittpunkte $\mathfrak{A}$ von K und g geht, schneiden sich in einem Punkt.

Ist P ein beliebiger Punkt, $\varkappa$ seine conische Polare, so schneidet $\varkappa$ außer in $\mathfrak{A}$ die l nur noch in einem Punkt, dessen gerade Polare durch P geht.

54. Die gerade Polare eines Punktes ist zugleich die Polare bezüglich seiner conischen Polare.

Folgt aus 19.

55. Die Poloconik $\mathfrak{C}$ einer Geraden l bezüglich (K, g) ist der Ort der Pole von l bezüglich der conischen Polaren der Punkte dieser Linien.

Fig. III. Die Gerade l schneide g in P, K in MN, K und g treffen sich in $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$, die Tangenten in MN treffen sich und die g in CAB. Ist dann P^1 der harmonische Gegenpunkt von P in Bezug auf AB und also auch auf $\mathfrak{AB}$, so ist CP^1 die Polare von P bezüglich K. Da nun die Strahlen P^1(PCNM) harmonische sind, so folgt, daß auch die Punkte BCM^1M 4 harmonische Punkte sind. Die Poloconik $\mathfrak{C}$ von l berührt die Seiten von ABC in den in Beziehung auf die Ecken harmonischen Gegenpunkten $M^1N^1P^1$ von MNP. Die conische Polare μ von M berührt K und BC in M und trennt NP von M in M^{11} harmonisch. Deshalb muß, da μ durch $\mathfrak{AB}$ geht, die Polare von P in Beziehung auf μ die Linie P^1N sein. Zieht man in M^{11} eine Tangente an μ, so muß diese durch M^1 und A gehen, also ist M^1 der Pol von MN für μ und ebenso N^1 der Pol von MN für die conische Polare ν von N. Ferner ist P^1 der Pol von MN für die conische Polare π von P, denn diese besteht aus dem Geradenpaar (AB, CP^1). Die conischen Polaren aller Punkte von l bilden ein Büschel, dessen einzelne Kegelschnitte BC in Punkten einer Involution schneiden. Da das eine Geradenpaar (AB, CP^1) dieses Büschels durch BC geht und M der eine Doppelpunkt der Involution ist, so muß M^1 der andere sein. Ebenso entsteht auf AC eine Involution, deren Doppelpunkte NN^1 sind. Ist nun O ein beliebiger Punkt auf l und o seine conische Polare, so ist ($\mu\nu\pi o$) π (MNPO). Sei Π der Pol von l für o, dann sind ΠM^1, ΠN^1, ΠP^1 die Polaren von MNP für o. Die Pole von l bezüglich der conischen Polaren aller Punkte von l liegen auf einem Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, auf dem also auch $M^1N^1P^1\Pi$ liegen, und es ist ($M^1N^1P^1\Pi$) π ($\mu\nu\mu o$) π Π ($M^1N^1P^1\Pi$), wenn $\Pi\,\Pi$ die Tangente in Π an $\mathfrak{K}$ bedeutet. Das Büschel ($\mu\nu\pi o$) ist aber auch projectivisch zu MNPO und zu dem Büschel der Polaren Π ($M^1N^1P^1x$) dieser Punkte, also ist Π ($M^1N^1P^1\Pi$) π Π ($M^1N^1P^1x$), d. h. die Tangente in Π an $\mathfrak{K}$ ist die Polare von O für o oder die gerade Polare von O. Es berühren also die geraden Polaren der Punkte von l den Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, daher muß dieser mit der Poloconik $\mathfrak{C}$ von l zusammenfallen und zwar ist der Berührungspunkt der Pol von l für die conische Polare des Punktes, dessen gerade Polare die Tangente ist.

56. Sind o und o_1 die conischen Polaren zweier Punkte O und O_1, so fallen die Polaren von O für o_1 und von O_1 für o zusammen.

Ist O_1 ein anderer Punkt von l, o_1 seine conische Polare, Π_1 der Pol von l für o_1, dann ist Π ($M^1N^1P^1\Pi$) π Π_1 ($M^1N^1P^1\Pi$) π (MNPO) und auch projectivisch den Polaren der Punkte

MNPO bezüglich o_1, also $\pi\, \Pi_1$ (M'N'P'x), d. h. $\Pi_1 \Pi$ ist die Polare von O für o_1 und ebenso von O_1 für o.

57. **Zieht man in einem der Doppelpunkte der Curve (K,g), etwa in 𝔄, die Tangente an die conische Polare o eines Punktes O und die Linie 𝔄O, so werden sie durch g und die Tangente t in 𝔄 an K harmonisch getrennt.**

Das Linienpaar (g,t) ist die conische Polare von 𝔄. Die Polare von O bezüglich (g,t) fällt aber mit der Polare von 𝔄 bezüglich o zusammen. Da aber die letztere die Tangente in 𝔄 an o ist und von g und t durch 𝔄O harmonisch getrennt wird, so folgt der Satz.

58. **Die conischen Polaren $o o_1 o_2$ .. eines Punktes O in Bezug auf alle Curven III. Ordnung, die aus derselben Geraden g und je einem Kegelschnitt $K K_1 K_2$ ... eines Büschels bestehen, bilden selbst ein Kegelschnittbüschel.**

Unter den Kegelschnitten des Büschels giebt es 3 Geradenpaare, deren Scheitel ABC sein mögen, dann bilden die conischen Polaren $\alpha\alpha_1\alpha_2 \cdots$, $\beta\beta_1\beta_2 \cdots$, $\gamma\gamma_1\gamma_2 \cdots$ dieser Punkte bezüglich (K, g), (K_1, g), (K_2, g), $\cdots$ 3 Kegelschnittbüschel. Sei O ein beliebiger Punkt, $\omega\omega_1\omega_2 \cdots$ seine conischen Polaren, dann fällt nach 56. die Polare von O bezüglich α mit der Polaren von A bezüglich ω zusammen. Die Polaren von O bezüglich der Kegelschnitte $\alpha\alpha_1\alpha_2 \cdots$, $\beta\beta_1\beta_2 \cdots$, $\gamma\gamma_1\gamma_2 \cdots$ schneiden sich in 3 Punkten 𝔄, 𝔅, ℭ, in denen sich daher auch die Polaren von ABC bezüglich der Kegelschnitte $\omega\omega_1\omega_2 \cdots$ schneiden müssen, es sind also A𝔄, B𝔅, Cℭ 3 Paar conjugirter Punkte in Bezug auf die conischen Polaren $\omega\omega_1\omega_2 \cdots$. Auf der Linie g entsteht durch die Kegelschnitte $K K_1 K_2 \cdots$ eine Punktinvolution, deren Doppelpunkte M𝔐 sein mögen, dann sind die conischen Polaren von M Geradenpaare, deren gemeinschaftlicher Scheitel 𝔐 ist. Es müssen also durch 𝔐 die Polaren von O bezüglich sämmtlicher Geradenpaare, also auch die Polaren von M in Bezug auf $\omega\omega_1\omega_2 \cdots$ durchgehen. Da diese letztere also 4 Paar conjugirter Punkte haben, so bilden sie (cfr. Schröter, Steiner's Vorlesungen, II. pag. 469) ein Kegelschnittbüschel.

III. Die Polaren einer Curve III. Ordnung mit einem Doppelpunkt.

59. Jedem Punkt P in der Ebene eines Kegelschnittbüschels entspricht ein Punkt 𝔓, in welchem sich die Polaren von P in Bezug auf alle Kegelschnitte des Büschels schneiden, und dem Punkt 𝔓 entspricht wieder P, weil auch alle Polaren von 𝔓 sich in P schneiden. Man nennt diese beiden Punkte conjugirte Punkte in Bezug auf das Kegelschnittbüschel. Die 3 Geradenpaare des Büschels haben als Scheitel die 3 gemeinschaftlichen Tripelpunkte ABC des Büschels. Die Polaren aller Punkte einer der Seiten des Dreiecks ABC z. B. BC schneiden sich in A, die Polaren von A aber fallen mit BC zusammen. Der Punkt A hat daher jeden Punkt von BC zu seinem conjugirten, und dasselbe gilt von den andern Ecken des Dreiecks der Tripelpunkte. Jedem Basispunkt des Büschels entspricht als conjugirter Punkt er selbst, weil die Polaren eines solchen die Tangenten in ihm an die

einzelnen Kegelschnitte des Büschels sind. Eine solche Beziehung zwischen zwei Punktsystemen, so daß jeder Punkt P des einen Systems der conjugirte eines Punktes 𝔓 im andern System und dieser letztere 𝔓 wieder der conjugirte desselben Punktes P im ersten System ist, nennt man eine Steiner'sche Verwandschaft (Durège. Die ebenen Curven III. O. pag. 121.) Sie bezieht sich stets auf ein bestimmtes Kegelschnittbüschel, dessen Basispunkte daher die Basis der Steiner'schen Verwandschaft genannt werden, während die dem Büschel gemeinschaftlichen Tripelpunkte die Hauptpunkte der Steiner'schen Verwandschaft heißen.

60. Jeder Geraden entspricht in einer Steiner'schen Verwandschaft ein Kegelschnitt, welcher durch die Hauptpunkte geht und jedem Kegelschnitt durch die Hauptpunkte entspricht eine Gerade.

Die Gerade sei l, die Hauptpunkte ABC. Seien PP_1 2 Punkte von l, so treffen sich ihre Polaren in den beiden conjugirten Punkten und bilden 2 projectivische Kegelschnittbüschel, die einen Kegelschnitt K erzeugen, auf dem die Pole der Geraden l in Beziehung auf alle Kegelschnitte des Büschels liegen müssen, denn die Polaren von P und P_1 bezüglich desselben Kegelschnitts sind entsprechende Strahlen jener projectivischen Büschel und schneiden sich in ihrem Pol. Die Punkte ABC sind aber die Pole von l in Bezug auf die 3 Geradenpaare, also liegen sie auch auf dem Kegelschnitt. Auf diesem Kegelschnitt liegen auch die Punkte 𝔓 und $𝔓_1$. Da derselbe sich nicht ändert, wenn man statt PP_1 beliebige andere Punkte auf l wählt, so folgt, daß auf jenem Kegelschnitt die conjugirten Punkte aller Punkte von l liegen.

Anderer Beweis. Die Geradenpaare des der Steiner'schen Verwandschaft zugehörigen Büschels seien aa_1, bb_1, cc_1; ihre Scheitel ABC die Hauptpunkte. Die Polaren aller Punkte von l in Bezug auf aa_1, bb_1, cc_1 bilden 3 projectivische Strahlenbüschel, von denen je 3 entsprechende Strahlen sich in einem Punkt schneiden müssen. Alle diese Punkte sind die conjugirten der Punkte auf l, deren Polaren sich eben in jenen schneiden und liegen wegen der Projectivität der Büschel auf einem Kegelschnitt.

Beweis der Umkehrung. Sei K ein Kegelschnitt durch die Hauptpunkte ABC, $PP_1P_2 \cdots$ beliebige Punkte desselben, so bilden ihre Polaren in Bezug auf aa_1 und bb_1 zwei projectivische Strahlenbüschel um A und B, in denen der Strahl AB sich selbst entspricht, also sind die Büschel in perspectivischer Lage und die Schnittpunkte entsprechender Strahlen liegen auf einer Geraden.

61. Jeder Geraden durch einen der Hauptpunkte entspricht wieder eine Gerade durch denselben Hauptpunkt.

Die Gerade sei l und gehe durch den Hauptpunkt A, dann liegen alle Punkte, welche den Punkten auf l conjugirt sind auf dem vierten harmonischen Strahl zu a, a_1, l, welcher l zugeordnet ist.

62. Jedem Kegelschnitt, welcher durch zwei Hauptpunkte geht, entspricht wieder ein Kegelschnitt durch dieselben Hauptpunkte.

Der Kegelschnitt K sei durch die Hauptpunkte BC gelegt, dann bilden die Polaren der Punkte von K in B und C zwei projectivische Strahlenbüschel, und diese erzeugen, da der gemeinschaftliche Strahl BC sich nicht selbst entspricht, einen Kegelschnitt durch B und C.

63. **Jeder durch die drei Hauptpunkte gehenden Curve III. O., welche in einem derselben A einen Doppelpunkt hat, entspricht ein Kegelschnitt durch den Doppelpunkt.**

Die Curve sei $C^{(3)}$, dann schneidet jede durch A gelegte Gerade g diese noch in einem Punkt P, beiden entsprechen die Gerade g und der Punkt 𝔓 auf ihr. — Jeder Geraden g durch einen der andern Hauptpunkte und ihren Schnittpunkten P und P_1 mit $C^{(3)}$ entsprechen eine Gerade g und die Punkte 𝔓 und $𝔓_1$ auf derselben. Die Gerade BC selbst schneide $C^{(3)}$ in 𝔄, dann ist 𝔄 der conjugirte Punkt von A. — Jeder beliebigen Geraden g, und den Punkten $PP_1 P_2 \cdots$ in welchen sie $C^{(3)}$ schneidet, entsprechen ein Kegelschnitt γ durch ABC und die Punkte $𝔓𝔓_1 𝔓_2$ auf γ. — Die der $C^{(3)}$ entsprechende Curve ist also von der Beschaffenheit, daß sie durch A geht, von jeder durch A gelegten Linie in einem Punkt, von jeder durch B oder C gelegten in 2 Punkten, von jedem durch ABC gelegten Kegelschnitt in 3 Punkten geschnitten wird, also selbst ein Kegelschnitt, welcher durch den Doppelpunkt A geht.

64. **Ein Kegelschnittbüschel wird durch einen Kegelschnitt, welcher durch 2 Basispunkte geht, in Punktpaaren einer Involution geschnitten.**

Die Basispunkte der Kegelschnitte $\varkappa\varkappa_1 \varkappa_2 \cdots$ seien ABCD und K sei ein beliebiger Kegelschnitt durch BC, welcher $\varkappa\varkappa_1 \varkappa_2 \cdots$ in EF, $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, $\cdots$ schneidet. Wir wählen ABC als Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft, dann entspricht dem K ein Kegelschnitt 𝔎, den $\varkappa\varkappa_1 \varkappa_2 \cdots$ entsprechen Strahlen eines Büschels, dessen Scheitel der dem D entsprechende Punkt 𝔇 ist und diese Strahlen schneiden 𝔎 in den Punkten 𝔈𝔉, $𝔈_1 𝔉_1$, $𝔈_2 𝔉_2$, $\cdots$, welches die entsprechenden von EF, $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, $\cdots$ sind. Der Strahleninvolution B (𝔈𝔉, $𝔈_1 𝔉_1$, $𝔈_2 𝔉_2$, $\cdots$) entspricht also die Involution B (EF, $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, $\cdots$). —

Die Linien EF, $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, $\cdots$ schneiden sich also in einem Punkt, durch den auch AD gehen muß, weil das Geradenpaar BC, AD auch zum Kegelschnittbüschel gehört.

65. **Legt man durch je 2 Punkte eines Paares einer Involution auf einen Kegelschnitt K Kegelschnitte, welche durch 3 feste Punkte ABC gehen, von denen BC auf K liegen, so schneiden sie sich noch in einem 4ten Punkt D.**

Die Punktpaare der Involution auf K seien EF, $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, $\cdots$. Man lege durch ABCEF und $ABCE_1 F_1$ 2 Kegelschnitte $\varkappa\varkappa_1$, die sich in D schneiden mögen und durch $ABCDE_2$ einen dritten, welcher K noch in X trifft, dann müssen X und F_2 zusammenfallen, weil $EFE_1 F_1 E_2 F_2$ und $EFE_1 F_1 E_2 X$ je eine Punktinvolution bilden. —

Ist P der Schnittpunkt von EF und $E_1 F_1$, so liegen auch PAD in einer Geraden.

66. **Legt man durch je 2 Punkte eines Paares EF, $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, ... einer In-**

volution auf einem Kegeschnitt K Kegelschnitte, welche durch 3 feste Punkte ABD gehen, von denen B auf K liegt, und AD in seiner Geraden mit dem Durchschnitt P von EF und $E_1 F_1$ liegen, so schneiden sie sich noch in einem vierten Punkt C, der auch auf K liegt.

Sind wieder **EF**, $E_1 F_1$, $E_2 F_2$, ·· die Punktpaare der Involution auf K und man legt durch **ABDEF** einen Kegelschnitt $\varkappa$, welcher K in C schneidet, und durch $ABCE_1 F_1$, $ABCE_2 F_2$, ··· Kegelschnitte $\varkappa_1 \varkappa_2$ ··, so müssen sich alle nach 65. in **D** treffen. —

67. Eine Curve III. O. mit einem Doppelpunkt wird von jedem Kegelschnitt, der nicht durch den Doppelpunkt geht, in 6 Punkten geschnitten.

Die Curve sei $C^{(3)}$, der Kegelschnitt **K**, der Doppelpunkt **A.** Seien BC 2 Schnittpunkte von $C^{(3)}$ uno K und **ABC** die Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft, so entspricht der $C^{(3)}$ ein Kegelschnitt 𝔈, dem K ein Kegelschnitt 𝔎, welcher 𝔈 in 4 Punkten 𝔇𝔈𝔉𝔊 schneidet. Die ihnen entsprechenden Punkte **DEFG** sind die einzigen, in denen K außer in BC die $C^{(3)}$ schneiden kann.

68. Jede Curve III. O. mit einem Doppelpunkt wird auf unzählige Arten durch ein Kegelschnittbüschel und ein projectivisches Strahlenbüschel erzeugt, deren Basispunkte auf der Curve liegen.

A sei der Doppelpunkt der Curve $C^{(3)}$. Man lege durch 4 beliebige Punkte derselben, **BCDE** die Kegelschnitte $KK_1 K_2$ ··· eines Büschels, welche die Curve noch in den Punkten **FG**, $F_1 G_1$, $F_2 G_2$ ··· schneiden. Wählt man **ABC** als Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft, so entsprechen der $C^{(3)}$ und den Kegelschnitten $KK_1 K_2$ ··· ein Kegelschnitt 𝔈 und die Kegelschnitte $\mathfrak{K}\mathfrak{K}_1 \mathfrak{K}_2$ ··· eines Büschels, dessen Basispunkte **BC** und die den Punkten **DE** entsprechenden Punkte 𝔇𝔈 sind, welche auf 𝔈 liegen. Deshalb schneiden $\mathfrak{K}\mathfrak{K}_1 \mathfrak{K}_2$ ··· den Kegelschnitt in Punktpaaren einer Involution und zwar sind diese 𝔉𝔊, $\mathfrak{F}_1 \mathfrak{G}_1$, $\mathfrak{F}_2 \mathfrak{G}_2$, ··· die den Punkten **FG**, $F_1 G_1$, $F_2 G_2$, ··· entsprechenden. Legt man nun durch **ABC** und die Punktpaare 𝔉𝔊, $\mathfrak{F}_1 \mathfrak{G}_1$, $\mathfrak{F}_2 \mathfrak{G}_2$ ··· Kegelschnitte $\varkappa\varkappa_1 \varkappa_2$ ···, so bilden diese nach 66. ein Büschel, dessen 4ter Basispunkt 𝔐 auf 𝔈 liegt. Ihnen entsprechen die geraden Linien **FG**, $F_1 G_1$, $F_2 G_2$, ···, die sich in **M**, dem 𝔐 ensprechenden Punkt schneiden müssen. — Da jedem Kegelschnitt **K** eine Gerade **FG** und dieser wieder derselbe Kegelschnitt entspricht, so sind die Kegelschnitte $KK_1 K_2$ ··· projectivisch zum Strahlenbüschel $M(EE_1 E_2 \cdots)$. — **M** heißt der gegenüberliegende Punkt der Punkte **BCDE**.

Einen andern Beweis giebt Weyr im 5ten Heft der „Zeitschrift für Mathematik und Physik" des 5ten Jahrganges.

69. Schneidet ein Kegelschnitt eine Curve III. O. mit einem Doppelpunkt in BC, DE, FG so treffen die Linien BC, DE, FG die Curve in drei Punkten einer Geraden.

Denn zu den Kegelschnitten des Büschels, welches durch **BCDE** gelegt werden kann, gehört

auch das Linienpaar BC, DE, dessen Schnittpunkte mit der Curve in einer Geraden mit dem gegenüberliegenden Punkt von BCDE liegen müssen.

70. Legt man durch die Schnittpunkte HJM einer Geraden mit einer Curve III. O. mit einem Doppelpunkt 3 Gerade, welche die Curve in BC, DE, FG schneiden, so liegen diese 6 Punkte auf einem Kegelschnitt.

Denn M ist der gegenüberliegende Punkt von BCDE.

71. Die harmonischen Mittelpunkte des ersten Grades eines Punktes O in Bezug auf die Schnittpunkte aller Geraden durch O mit einer Curve III. O. mit einem Doppelpunkt liegen auf einer Geraden, der geraden Polare von O.

Fig. VI. Seien ABC drei Punkte der $C^{(3)}$ in gerader Linie. Zieht man OA, OB, OC, so liegen die Schnittpunkte $A_1 A_2$, $B_1 B_2$, $C_1 C_2$ mit $C^{(3)}$ auf einem Kegelschnitt K und die harmonischen Mittelpunkte bezüglich O liegen nach 42. in einer Geraden. Die Linie AB schneide $C^{(3)}$ in D und OD die $C^{(3)}$ in $D_1 D_2$, dann liegen die harmonischen Mittelpunkte von AA_1A_2, BB_1B_2, $DD_1 D_2$ bezüglich O in derselben Geraden ꝛc. · · ·

72. Zieht man durch einen Punkt O zwei Transversalen, welche die $C^{(3)}$ in $AA_1 A_2$, $BB_1 B_2$ treffen, so ist die gerade Polare von O bezüglich des von den Geraden AB, $A_1 B_1$, $A_2 B_2$ gebildeten Dreiecks zugleich die gerade Polare von O bezüglich $C^{(3)}$.

Folgt aus 71. (Durège §. 293.)

73. Zieht man durch einen Punkt O eine Transversale und in ihren Schnittpunkten mit $C^{(3)}$ Tangenten, so ist die gerade Polare von O bezüglich des von den Tangenten gebildeten Dreiecks zugleich die gerade Polare von O bezüglich $C^{(3)}$.

Folgt aus 72. wenn man die Transversalen OA und OB zusammenfallen läßt.

74. Die gerade Polare eines Punktes der $C^{(3)}$ ist die Tangente in diesem Punkt.

Denn die gerade Polare eines Punktes einer Seite eines Dreiecks in Bezug auf dieses Dreieck ist die Seite selbst. —

75. Die geraden Polaren aller Punkte einer Geraden l in Bezug auf eine Curve $C^{(3)}$ III. O. mit einem Doppelpunkt umhüllen einen Kegelschnitt, die Poloconik von l. — Construirt man in den Schnittpunkten $\alpha'\beta'\gamma'$ von l und $C^{(3)}$ die Tangenten, welche sich in ABC schneiden mögen, und die harmonischen Gegenpunkte $\alpha\beta\gamma$ zu $\alpha'\beta'\gamma'$ in Bezug auf die Ecken ABC, so werden die Seiten des Dreiecks ABC von der Poloconik in $\alpha\beta\gamma$ berührt.

(**Durège.** Die ebenen Curven III. O. pag. 183.)

Folgt aus 16. und 73.

76. Die harmonischen Mittelpunkte II. Grades in Bezug auf einen Punkt O für die Schnittpunkte aller durch O gelegten Transversalen mit einer Curve $C^{(3)}$

III. O. mit einem Doppelpunkt liegen auf einem Kegelschnitt, der conischen Polare von O bezüglich $C^{(3)}$.

Irgend eine Gerade g schneide $C^{(3)}$ in ABC und die Linien AO, BO, CO schneiden $C^{(3)}$ in den 6 Punkten A_1 A_2 B_1 B_2 C_1 C_2 eines Kegelschnitts K. Die conische Polare $\varkappa$ von O bezüglich (K, g) trifft die 3 Transversalen durch O in den harmonischen Mittelpunkten II. Grades in Bezug auf O, d. i. in $A''A'''$, $B''B'''$, $C''C'''$. Die harmonischen Mittelpunkte I. Grades seien A^1, B^1, C^1; sie liegen in einer Geraden, der Polaren von O bezüglich $\varkappa$. — Es schneide AB, die $C^{(3)}$ noch in D und OD dieselbe in D_1 D_2, so liegen A_1 A_2 B_1 B_2 D_1 D_2 auf einem Kegelschnitt K_1 und die conische Polare $\varkappa_1$ von O bezüglich (K_1, AB) ist ein Kegelschnitt durch die harmonischen Mittelpunkte II. Grades $A''A'''$ $B''B'''$ $D''D'''$, in Bezug auf welchen O und $A^1B^1C^1$ Pol und Polare sind, deshalb fällt $\varkappa_1$ mit $\varkappa$ zusammen u. s. w.

Einen zweiten Beweis findet man in 44.

77. Die conische Polare eines jeden Punktes O in Bezug auf eine Curve III O. mit einem Doppelpunkt geht durch diesen und die Berührungspunkte der von O an die Curve gelegten Tangenten.

Folgt aus 15.

78. Eine Curve III. O. mit einem Doppelpunkt ist von der IV. Klasse.

Die Curve sei $C^{(3)}$, der Doppelpunkt A, O ein beliebiger Punkt, $\varkappa$ seine conische Polare und BC 2 ihrer Schnittpunkte mit $C^{(3)}$. Man wähle ABC als Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft, so entspricht dem $\varkappa$ eine Gerade g, der $C^{(3)}$ ein Kegelschnitt $\mathfrak{C}$. Den Schnittpunkten von g und $\mathfrak{C}$ entsprechen die Schnittpunkte von $\varkappa$ und $C^{(3)}$; diese haben also außer dem Doppelpunkt noch 4 Schnittpunkte und daher lassen sich von O 4 Tangenten an $C^{(3)}$ ziehen.

79. Die conischen Polaren aller Punkte einer Geraden bilden ein Kegelschnittbüschel.

Folgt aus 6. oder 14.

80. Jede Gerade hat 3 Pole.

Nämlich die 3 Basispunkte des Kegelschnittbüschels, welches die conischen Polaren der Geraden bilden, außer dem Doppelpunkt.

81. Alle conischen Polaren, welche durch einen Punkt gehen, bilden ein Kegelschnittbüschel. (Cremona.)

Ist O irgend ein Punkt, g seine gerade Polare, OO_1 O_2 deren drei Pole, so treffen sich die conischen Polaren aller Punkte von g außer im Doppelpunkt noch in OO_1 O_2 und bilden also ein Büschel.

82. Irgend 2 Punkte bestimmen eine einzige conische Polare und alle conischen Polaren bilden daher ein Kegelschnittnetz. Also sind sämmtliche conische Polaren durch irgend 3 derselben, die nicht zu einem Büschel gehören, bestimmt.

Der Satz folgt aus 81. und den Eigenschaften des Kegelschnittnetzes (cfr. Schröter, Steiners Vorlesungen II. pag. 530.)

83. Die conische Polare eines Punktes 0 von $C^{(3)}$ berührt die Curve in diesem Punkt und trennt je 2 Punkte derselben, die mit 0 in einer Geraden liegen, von 0 harmonisch.

Folgt aus 74. und 15. a.

84. Die Poloconik einer Geraden ist der Ort der Pole derselben in Bezug auf die conischen Polaren ihrer Punkte. (Cremona art. 125. Durège art. 315.)

Fig. VII. Die gerade g schneide $C^{(3)}$ in MNP, die Tangenten in diesen Punkten treffen sich in ABC; sind dann $ABPP^1$, $BCMM^1$, $ACNN^1$ je 4 harmonische Punkte, so berührt die Poloconik von g die Tangenten in $M^1N^1P^1$. — Die Seite AB, welche $C^{(3)}$ in P berührt, mag sie noch in P_1 schneiden und NP_1 die Curve noch in M_1 treffen, dann läßt sich (cfr. 70.) durch NMM_1 ein Kegelschnitt legen, der in N eine dreipunktige und in M eine 2punktige Berührung mit $C^{(3)}$ hat, also in diesen Punkten die Seiten AC und BC berührt. Die conische Polare von N bezüglich $C^{(3)}$ ist daher identisch mit der conischen Polare bezüglich der Curve III. O., die aus jenem Kegelschnitt und der Geraden AB besteht. Der Pol von g bezüglich der conischen Polare von N ist daher N^1; ebenso sind M^1P^1 die Pole von g bezüglich der conischen Polaren von M und P. — Die conischen Polaren aller Punkte von g bilden ein Büschel, zwei Kegelschnitte desselben berühren g in RS, die Polaren von R bezüglich aller conischen Polaren des Büschels treffen sich in S, also geht durch S und ebenso durch R nur eine Tangente an die Poloconik, d. h. R und S sind 2 Punkte derselben. Da die Pole von g bezüglich aller conischen Polaren des Büschels auf einem Kegelschnitt liegen und dieser mit der Poloconik die 5 Punkte $M^1N^1P^1$ RS gemeinsam hat, so fallen beide Kegelschnitte zusammen.

85. Sind $\varkappa_1 \varkappa_2$ die conischen Polaren zweier Punkte $P_1 P_2$ in Bezug auf eine Curve III. O. mit einem Doppelpunkt, so fällt die Polare von P_1 bezüglich $\varkappa_2$ mit der von P_2 bezüglich $\varkappa_1$ zusammen.

Beweis wie in 23.

85a. Der geometrische Ort der Pole einer von 2 Geraden l und l_1 in Bezug auf die conischen Polaren der Punkte der andern ist ein Kegelschnitt, der die gemischte Poloconik von l und l_1 heißt.

Die conischen Polaren von l und l_1, welche Linien die $C^{(3)}$ in $\alpha^1\beta^1\gamma^1$ und $\alpha_1^1\beta_1^1\gamma_1^1$ schneiden mögen, bilden je ein Büschel; jedes hat 3 Geradenpaare, deren Scheitel $\alpha\beta\gamma$ und $\alpha_1\beta_1\gamma_1$ sein mögen. Diese 2 Mal 3 Punkte bilden also 2 Tripel in Bezug auf die conische Polare des Schnittpunkts von l und l_1 und liegen daher (cfr. Schröter pag. 158.) auf einem Kegelschnitt K. Die conische Polare von α ist ein Geradenpaar (aa^1) mit dem Scheitel α^1. Es trenne l^1 die Gerade l von aa^1 harmonisch und schneide l_1 in A_1, dann ist l die Polare von A_1 bezüglich (aa^1) und des-

halb auch die Polare von α in Bezug auf die conische Polare von A_1, also ist α der Pol von l bezüglich der conischen Polare von A_1 auf l_1. — Der weitere Theil des Beweises ist wie in 32. zu führen. — Es folgt dann, daß auch für Curven III. O. mit einem Doppelpunkt der Satz 33. gilt.

86. Jede Curve III. O. mit einem Doppelpunkt hat zwei Doppelpunktstangenten.

A sei der Doppelpunkt einer Curve $C^{(3)}$, dann wähle man A und 2 andere Punkte B und C als Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft. Der $C^{(3)}$ entspricht dann ein Kegelschnitt K, dessen Schnittpunkte mit BC die Punkte M und N sein mögen. Die diesen entsprechenden Punkte M und N auf $C^{(3)}$ fallen mit A zusammen. Da den Linien AM und AN die Linien AM und AN entsprechen, so sind dieses die beiden Tangenten an $C^{(3)}$ im Doppelpunkt.

87. Die conische Polare des Doppelpunkts ist das Geradenpaar der Doppelpunktstangenten.

Da die conische Polare eines Punktes der Curve diese berührt, so muß die conische Polare des Doppelpunkts in ihm jede der beiden Doppelpunktstangenten berühren, also mit ihnen zusammenfallen.

88. Die conische Polare π irgend eines Punktes P ist ein Kegelschnitt, dessen Tangente im Doppelpunkt harmonisch ist zu dem nach dem Pol gehenden Strahl bezüglich der beiden Doppelpunktstangenten.

Der Doppelpunkt sei A, seine beiden Tangenten seien tt_1, dann fällt die Polare von A bezüglich π, d. i. die Tangente in A an π, mit der Polare von P bezüglich tt_1 zusammen nach 85. Letztere trennt aber tt_1 von AP harmonisch.

89. Ist die conische Polare eines Punktes O ein Geradenpaar mit dem Scheitel O^1, so ist die conische Polare von O^1 ein Geradenpaar mit dem Scheitel O. (Cremona art. 78.)

Die gerade und conische Polare von O gehen durch O^1, also muß O auf der conischen und geraden Polare von O^1 liegen (cfr. 6.); die erstere muß also ein Geradenpaar mit dem Scheitel O sein.

90. Je 2 Punkte O und O^1 von der Beschaffenheit, daß die conische Polare des einen ein Geradenpaar ist, dessen Scheitel im andern liegt, sind conjugirte Punkte in Bezug auf alle conischen Polaren.

Die conische Polare von O ist ein Geradenpaar oo_1 mit dem Scheitel O^1. Zieht man durch O beliebige Gerade, so bilden die conischen Polaren ihrer Punkte Kegelschnittbüschel; das Geradenpaar oo_1 gehört allen Büscheln an, also sind O und O^1 conjugirte Punkte in Bezug auf alle Büschel, denn umgekehrt ist auch die conische Polare von O^1, nämlich das Geradenpaar $o^1o^1_1$, allen Kegelschnittbüscheln gemeinschaftlich, welche die conischen Polaren der Punkte aller Geraden durch O^1 bilden.

91. Die conischen Polaren aller Punkte einer Geraden, welche durch den Doppelpunkt einer Curve III. O. geht, bilden ein Büschel, dessen einzelne Kegelschnitte sich im Doppelpunkt berühren.

Denn das eine Geradenpaar des Büschels hat seinen Scheitel im Doppelpunkt.

92. **Je 2 Punkte, die in Bezug auf alle conischen Polaren einer Curve $C^{(3)}$ III. O. mit einem Doppelpunkt, conjugirte Punkte sind, liegen wieder auf einer Curve III. O., die mit der ersten einen gemeinschaftlichen Doppelpunkt hat. Die zweite Curve heißt die Hesse'sche Curve der ersten oder, wie Steiner sie genannt hat, die Tripelcurve des Netzes der conischen Polaren. (cfr. Schröter, Steiner's Vorlesungen II. pag. 530.)**

Ist g eine beliebige Gerade, so bilden die conischen Polaren aller Punkte von g ein Kegelschnittbüschel. Da es unter den Kegelschnitten des Büschels 3 Geradenpaare giebt, so giebt es auf g 3 den Scheiteln derselben in Bezug auf sämmtliche Kegelschnitte des Netzes conischer Polaren conjugirte Punkte. Diese erfüllen also eine Curve der dritten Ordnung. — Auf einer beliebigen Geraden durch den Doppelpunkt **A** giebt es außer diesem (nach 91.) nur einen Punkt, zu welchem ein in Bezug auf alle conischen Polaren conjugirter Punkt existirt. Die Hesse'sche Curve hat also in **A** einen Doppelpunkt.

93. **Zwei Curven $C^{(3)}$ und $C_1^{(3)}$ III. O. mit einem Doppelpunkt schneiden sich in 9 Punkten.**

Seien **ABCD** 4 gemeinschaftliche Punkte, **M** und **M**$_1$ ihre gegenüberliegenden in beiden Curven, so kann man sich jede der Curven (cfr. 68.) entstanden denken durch das Kegelschnittbüschel, dessen Basispunkte **ABCD** sind und durch 2 zu ihnen projectivische Strahlenbüschel mit den Scheiteln **M** und **M**$_1$. Da diese selbst projectivisch sind, so erzeugen sie einen Kegelschnitt, der jede Curve außer in **M** und **M**$_1$ nur noch (cfr. 67.) in 5 Punkten schneiden kann, die beiden Curven gemeinschaftlich sein müssen.

93a. **Zwei Curven III. O. $C^{(3)}$ und $C_1^{(3)}$, die einen gemeinschaftlichen Doppelpunkt A haben, schneiden sich nur noch in 5 Punkten, so daß also der Doppelpunkt für 4 Schnittpunkte zählt.**

Sind **BC** zwei andere Schnittpunkte der beiden Curven, **ABC** die Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft, so entsprechen den beiden Curven 2 Kegelschnitte K und K$_1$, die sich außer in **A** nur noch in 3 Punkten DEF schneiden können, deren entsprechende **DEF** die noch möglichen Schnittpunkte von $C^{(3)}$ und $C_1^{(3)}$ sind.

94. **Die Schnittpunkte, in denen eine Curve $C^{(3)}$ III. O. mit einem Doppelpunkt von ihrer Hesse'schen Curve getroffen wird, sind die Wendepunkte der $C^{(3)}$.**

Ist **W** ein Punkt, der beiden Curven gemeinschaftlich ist, so muß seine conische Polare die $C^{(3)}$ berühren, weil er auf ihr liegt und, weil er auf der Hesse'schen Curve liegt, in ein Geradenpaar ww_1 zerfallen, dessen einer Theil w also die $C^{(3)}$ berühren muß, während der andere w_1 je zwei Punkte von $C^{(3)}$, die mit **W** in gerader Linie liegen, von **W** harmonisch trennt. Die Gerade w kann aber

mit $C^{(3)}$ keinen andern Punkt gemein haben. Wäre P ein solcher, so müßte seine gerade, sowie seine conische Polare durch W gehen, denn w ist zugleich die gerade Polare von W. Da aber die gerade Polare von P die $C^{(3)}$ in P berührt, so müßte w die $C^{(3)}$ in 2 Punkten berühren, was unmöglich ist, also hat w in W mit $C^{(3)}$ drei Punkte gemeinschaftlich und ist daher eine Wendetangente und W ein Wendepunkt.

95. Je zwei Schnittpunkte von $C^{(3)}$, die mit einem Wendepunkt in gerader Linie liegen, werden von diesem durch eine Gerade harmonisch getrennt, welche die harmonische Polare des Wendepunkts heißt.

Folgt aus dem Beweis von 94.

96. Jede Gerade, welche zwei Wendepunkte einer Curve $C^{(3)}$ III. O. mit einem Doppelpunkt verbindet, geht auch durch einen dritten.

Die beiden Wendepunkte seien W_1 und W_2; der Schnittpunkt von $W_1 W_2$ mit $C^{(3)}$ sei W_3. In W_1 und W_2 sind je 3 Punkte AA_1A_2, BB_1B_2 in gerader Linie vereinigt; die Verbindungslinien AB, A_1B_1 A_2B_2 müssen $C^{(3)}$ (nach 70.) in drei neuen Punkten einer Geraden treffen; also sind in W_3 auch drei Punkte in einer Geraden vereinigt, d. h. W_3 ist ein Wendepunkt.

97. Jede Curve $C^{(3)}$ III. O. mit einem Doppelpunkt hat 3 Wendepunkte, die in gerader Linie liegen.

Der Doppelpunkt sei A und BC irgend 2 andere Punkte der Curve, so entspricht ihr, wenn wir ABC als Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft wählen, ein Kegelschnitt $\mathfrak{K}$, welcher durch A geht. Sind $PP'P''\cdots$ beliebige Punkte von $\mathfrak{K}$, so bestimmt jeder mit ABC ein Kegelschnittbüschel; die einzelnen Kegelschnitte eines jeden Büschels schneiden $\mathfrak{K}$ in den Punktpaaren einer Involution. Da zu den Büscheln auch die Geradenpaare BC, AP; BC, AP'; BC, AP'', $\cdots$ gehören, so bilden die Schnittpunkte MN von BC mit $\mathfrak{K}$ ein allen Involutionen gemeinschaftliches Punktpaar. Unter den Kegelschnitten eines jeden Büschels giebt es 2, welche $\mathfrak{K}$ berühren und sämmtliche Berührungspunkte bilden eine Involution mit den Doppelpunkten MN. Die Verbindungslinien je zweier schneiden sich in einem Punkt S, in dem sich auch die Tangenten in M und N an $\mathfrak{K}$ treffen. — Die Berührungspunkte, die zu den Büscheln ABCP, ABCP', ABCP'', $\cdot\cdot$ gehören, mögen P_1P_2, $P'_1P'_2$, $P''_1P''_2$, $\cdots$ sein, dann sind die Strahlenbüschel A $(PP'P''\cdots)$ und S $(P_1P_2, P'_1P'_2, P''_1P''_2, \cdots)$ projectivisch und erzeugen einen Kegelschnitt $\mathfrak{C}$, welcher $\mathfrak{K}$ außer in A noch in $\mathfrak{W}\mathfrak{W}_1\mathfrak{W}_2$ schneidet. Jeder dieser Punkte z. B. $\mathfrak{W}$ hat die Eigenschaft, daß von den beiden Kegelschnitten, welche durch ABC$\mathfrak{W}$ gehen und $\mathfrak{K}$ berühren, einer mit dem zusammenfällt, welcher $\mathfrak{K}$ in $\mathfrak{W}$ berührt, also mit $\mathfrak{K}$ drei Punkte gemeinschaftlich hat oder $\mathfrak{K}$ in $\mathfrak{W}$ osculirt. Diesem Kegelschnitt entspricht aber, weil er durch ABC geht, in der Steiner'schen Verwandschaft, eine Gerade, welche $C^{(3)}$ in drei zusammenfallenden Punkten schneidet, oder eine Wendetangente ist. Jedem der drei osculirenden Kegelschnitte entspricht also eine Wendetangente und den 3 Osculationspunkten $\mathfrak{W}\mathfrak{W}_1\mathfrak{W}_2$ die drei Wendepunkte WW_1W_2 von $C^{(3)}$. —

Da die 3 Osculationspunkte als Schnittpunkte von $\mathfrak{K}$ und einem andern Kegelschnitt, der durch **A** geht, erhalten werden, so folgt, daß entweder einer oder alle drei reell sind und dies gilt dann auch von den Wendepunkten.

Ein Kegelschnittbüschel durch $ABC\mathfrak{W}$ schneidet $\mathfrak{K}$ in Punktpaaren einer Involution. Zu den Kegelschnitten dieses Büschels gehört auch der in $\mathfrak{W}$ osculirende. Die Verbindungslinien aller Punktpaare und die Tangente in $\mathfrak{W}$ schneiden sich in einem Punkt $\mathfrak{U}$ von **BC**, weil das Linienpaar $A\mathfrak{W}$, **BC** auch zu den Kegelschnitten des Büschels gehört. Ebenso giebt es auf **BC** noch 2 andere Punkte $\mathfrak{U}_1$ und $\mathfrak{U}_2$, die von den Kegelschnittbüscheln $ABC\mathfrak{W}_1$ und $ABC\mathfrak{W}_2$ abhängen. Die in $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{W}_1$ osculirenden Kegelschnitte seien bezeichnet mit $(ABC\mathfrak{W}\mathfrak{W}\mathfrak{W})$ und $(ABC\mathfrak{W}_1\mathfrak{W}_1\mathfrak{W}_1)$. Man verbinde $\mathfrak{U}$ mit $\mathfrak{W}_1$ und $\mathfrak{U}_1$ mit $\mathfrak{W}$ und nenne $\mathfrak{Z}\mathfrak{Z}_1$ die Schnittpunkte dieser Linien mit $\mathfrak{K}$; dann müssen die 6 Punkte $ABC\mathfrak{W}\mathfrak{W}_1\mathfrak{Z}$ und $ABC\mathfrak{W}_1\mathfrak{W}\mathfrak{Z}_1$ je auf einem Kegelschnitt liegen und da beide Kegelschnitte 5 Punkte $ABC\mathfrak{W}\mathfrak{W}_1$ gemeinschaftlich haben, so müssen sie zusammenfallen und ebenso $\mathfrak{Z}\mathfrak{Z}_1$ in den 4ten Schnittpunkt dieses Kegelschnitts mit $\mathfrak{K}$, folglich geht die Tangente in diesem Punkt $\mathfrak{Z}$ an $\mathfrak{K}$ durch den Schnittpunkt von $\mathfrak{W}\mathfrak{W}_1$ mit $\mathfrak{U}\mathfrak{U}_1$ oder **BC**. Die Punkte $ABC\mathfrak{Z}$ bestimmen ein Kegelschnittbüschel, dessen Kegelschnitte $\mathfrak{K}$ in den Punktpaaren einer Involution schneiden. Eines dieser Punktpaare ist $\mathfrak{W}\mathfrak{W}_1$ und die Verbindungslinien der übrigen müssen sich in einem Punkt von **BC** schneiden. Da die Tangente in $\mathfrak{Z}$ auch durch jenen Schnittpunkt geht, so fällt auch in $\mathfrak{Z}$ ein solches Punktpaar, daher muß es einen Kegelschnitt durch **ABC** geben, der $\mathfrak{K}$ in $\mathfrak{Z}$ osculirt. Da es aber, durch **ABC** nur drei solche Kegelschnitte giebt und $\mathfrak{Z}$ mit $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{W}_1$ nicht zusammenfallen kann, so muß es mit $\mathfrak{W}_2$ zusammenfallen. Daraus folgt, daß die 6 Punkte $ABC\mathfrak{W}\mathfrak{W}_1\mathfrak{W}_2$ auf einem Kegelschnitt liegen, diesem entspricht in der Steiner'schen Verwandschaft eine Gerade, auf der daher die 3 Wendepunkte von $C^{(3)}$ liegen müssen.

98. **Eine Curve III. O. mit einer Spitze hat nur einen Wendepunkt.**

Sei $\mathfrak{K}$ ein beliebiger Kegelschnitt, **A** auf ihm ein Punkt, **BC** eine Tangente mit dem Berührungspunkt **M**, so entspricht, wenn man **ABC** als Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft wählt, diesem Kegelschnitt eine Curve III. O., die in **A** einen Doppelpunkt hat. Dem Berührungspunkt **M** entspricht **A**, der Linie **AM** also die Tangente in **A**. Es fallen also in diesem Falle die beiden Doppelpunktstangenten zusammen, der Doppelpunkt wird also zum Rückkehrpunkt oder zur Spitze. — Legt man durch **BCA** und die einzelnen Punkte von $\mathfrak{K}$ Kegelschnittbüschel, so giebt es in jedem Büschel 2, welche $\mathfrak{K}$ berühren. Der eine aber ist jedesmal ein Geradenpaar, dessen einer Theil **BC** ist, also treffen sich die Verbindungslinien aller Berührungspunkte in **M**. Sind $PP'P''\cdots$ die einzelnen Punkte auf $\mathfrak{K}$, $P_1P'_1P''_1\cdots$ die Berührungspunkte der zu den Büscheln $(ABCP)$, $(ABCP')$, $(ABCP'')$, $\cdots$ gehörenden Kegelschnitte, so sind die Strahlenbüschel $A\,(PP'P''\cdots)$ und $M\,(P_1P'_1P''_1\cdots)$ projectivisch und erzeugen einen Kegelschnitt $\mathfrak{C}$. Wählt man in der Reihe der Punkte **P** auch **M**, so entspricht dem Strahl **AM** der Strahl **MM** oder **MB**, also berührt der Kegelschnitt $\mathfrak{C}$ den Kegelschnitt $\mathfrak{K}$ in **M**, geht durch **A** und schneidet daher $\mathfrak{K}$ nur noch in einem

Punkt W. Dieser Punkt ist der einzige, in welchem K von einem durch ABC gehenden Kegelschnitt osculirt wird. Der ihm in der Steiner'schen Verwandschaft entsprechende ist der einzige Wendepunkt der Curve. —

99. Eine Curve III. O. mit einer Spitze ist von der III. Klasse.

Ist P ein beliebiger Punkt der Ebene, $\mathfrak{P}$ sein entsprechender in der Steiner'schen Verwandschaft mit den Hauptpunkten ABC, so entsprechen allen Geraden durch P Kegelschnitte durch ABC$\mathfrak{P}$. Unter diesen giebt es 4, welche den Kegelschnitt K, den der Curve III. O. entsprechenden, berühren. Einer von diesen (BC, A$\mathfrak{P}$) ist ein Linienpaar. Diesem entspricht die Gerade AP; den drei übrigen die von P an die Curve möglichen Tangenten.

100. Die Hesse'sche Curve einer Curve $C^{(3)}$ III. O. mit einem Doppelpunkt A hat mit dieser dieselben Doppelpunktstangenten. (Cremona art. 96.d.)

Alle conischen Polaren schneiden sich in A. Die Hesse'sche Curve von $C^{(3)}$ ist nach 92. der Ort derjenigen Punkte, deren Polaren in Bezug auf alle conischen Polaren sich in einem Punkt schneiden. Wählen wir 3 dieser conischen Polaren, das Geradenpaar aa_1 der Doppelpunktstangenten, eine, welche a in A berührt, sie heiße β und irgend eine beliebige 3te γ. — Die Polaren aller Punkte von a bezüglich β und γ bilden zwei projectivische Strahlbüschel, deren Scheitel A und der Pol C von a bezüglich γ sind. Sie erzeugen einen Kegelschnitt K, welcher a in A berührt, denn die Polaren von A bezüglich β und γ sind entsprechende Strahlen der projectivischen Büschel und der eine ist a, während der andere die Tangente CA in A an γ ist, weil γ ja auch durch A geht. Der dem gemeinschaftlichen Strahl CA von C entsprechende Strahl von A ist aber Tangente an K. Die Polaren aller Punkte von a bezüglich (aa_1) fallen mit a zusammen. In den Durchschnitten von a und K liegen aber die Punkte, in denen sich die Polaren von Punkten der Linie a in Bezug auf die 3 Kegelschnitte (aa_1), β, γ treffen. Da nun a und K sich in A berühren, so fällt auf a mit A derjenige Punkt zusammen, in dem sich die Polaren von A bezüglich (aa_1), β und γ schneiden und es liegt auf a kein weiterer Punkt der Hesse'schen Curve. Diese hat also a und ebenso a_1 zu Tangenten, also mit der Fundamentalcurve $C^{(3)}$ dieselben Doppelpunktstangenten.

101. Eine Curve $C^{(3)}$ III. O. mit einem Doppelpunkt A wird von ihrer Hesse'schen Curve außer im Doppelpunkt noch in 3 Punkten einer Geraden geschnitten. (cfr. 97.)

Im Doppelpunkt schneiden sich zwei Zweige der ersten mit zwei Zweigen der zweiten Curve, also in 4 Punkten. (cfr. 93. a.) Da die beiden Curven nun noch 2 gemeinschaftliche Tangenten haben, so fällt in den Berührungspunkt auf jeder noch ein Schnittpunkt, also haben die Curven im Doppelpunkt 6 Schnittpunkte, können sich folglich nur noch in 3 Punkten schneiden, welche, da sie die Wendepunkte von $C^{(3)}$ sind, nach 96. in einer Geraden liegen müssen.

Anderer Beweis. Seien B und C zwei Schnittpunkte von $C^{(3)}$ und der Hesse'schen Curve, ABC die Hauptpunkte einer Steiner'schen Verwandschaft, so entspricht jeder Curve ein Kegelschnitt, K und K', welche BC in denselben beiden Punkten M und N schneiden müssen, denn die Linien AM und AN entsprechen den gemeinschaftlichen Doppelpunktstangenten. Da K und K' sich außer in M und N nur noch in einem Punkt D schneiden, so können sich auch $C^{(3)}$ und ihre Hesse'sche Curve außer in B und C nur noch in einem Punkt D, welcher dem Punkt D entspricht, schneiden; sie haben also nur 3 Schnittpunkte und diese müssen wegen 96. in einer Geraden liegen.

102. Ist A für eine Curve III. O. eine Spitze, so wird die Spitzentangente von jeder conischen Polare in A berührt. (Cremona art. 74.)

Ist P ein beliebiger Punkt, so berührt seine conische Polare π diejenige Linie l in A, welche PA von den Doppelpunktstangenten harmonisch trennt. (cfr. 88.) Da letztere, wenn A eine Spitze ist, zusammenfallen, so fällt auch l mit ihnen zusammen.

103. Jede conische Polare schneidet eine Curve III. O. mit einer Spitze A außer in dieser nur noch in 3 Punkten, die Curve ist also von der III. Klasse. (cfr. 99.)

Denn jede conische Polare hat in A mit der Curve 3 Punkte gemein, nämlich den Doppelpunkt und den Berührungspunkt der Rückkehrtangente.

104. Die Hesse'sche Curve einer Curve III. O. mit einer Spitze A hat mit ihr die Rückkehrtangente gemein, und besteht aus 3 Geraden, die sich in der Spitze schneiden und von denen zwei mit der Rückkehrtangente zusammenfallen.

Die conische Polare t von A ist die Rückkehrtangente selbst (cfr. 87.), jeder Punkt P derselben kann also als ein Doppelpunkt von t angesehen werden, dessen conische Polare π daher (cfr. 89.) einen Doppelpunkt in A hat. Folglich muß t ein Theil der Hesse'schen Curve sein. — Ist l eine beliebige Gerade durch A, so bilden die conischen Polaren ihrer Punkte ein Kegelschnittbüschel, dessen einzelne Kegelschnitte sich in A berühren. Sind B und C die andern Schnittpunkte, so sind (AB, AC) und (BC, t) die beiden Geradenpaare des Büschels, deren Pole der Schnittpunkt von BC und t, und A sind. Auf einer beliebigen durch A gelegten Geraden giebt es also keinen Punkt der Hesse'schen Curve; A ist ein dreifacher Punkt derselben. — Ist l eine beliebige Gerade, die nicht durch die Spitze geht, so bilden die conischen Polaren aller ihrer Punkte wieder ein Büschel (AABC), dessen einzelne Kegelschnitte sich in A berühren. Die beiden Geradenpaare sind wieder (AB, AC) und (t, BC), deren Pole der Schnittpunkt von l mit t und ein anderer Punkt von l sind. — Da es also auf einer beliebigen Geraden l außer ihrem Schnittpunkt mit der Rückkehrtangente nur noch einen Punkt der Hesse'schen Curve giebt, so zerfällt diese in die doppelt zu zählende Rückkehrtangente und eine Gerade durch die Spitze.

105. Jede Curve III. O. mit einer Spitze hat nur einen Wendepunkt. (98.)

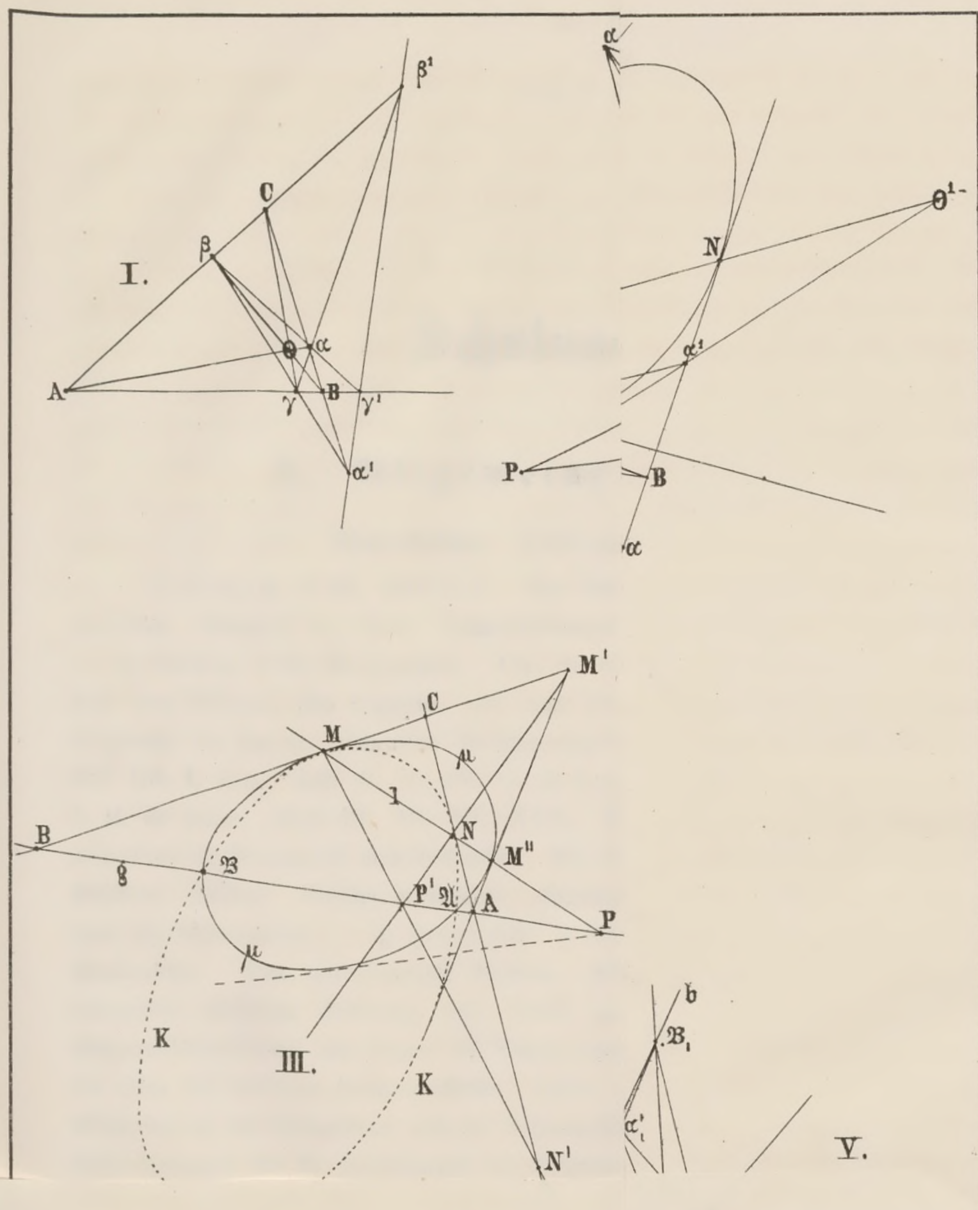
Dieser in 98. bewiesene Satz folgt hier als Zusatz, denn die Curve kann nach 104. von ihrer Hesse'schen Curve nur in einem Punkt geschnitten werden.

Zum Schluß mag noch bemerkt werden, daß die Haupteigenschaften der Curven III. Ordnung mit einem Doppelpunkt und besonders auf ihre Erzeugung durch Strahlenbüschel in einzweideutiger Beziehung (**cfr.** Weyr. Theorie der mehrdeutigen geometrischen Elementargebilde) sich vermittelst einer Steiner'schen Verwandschaft aus den Eigenschaften der Kegelschnitte herleiten lassen. — Ferner gelten alle Sätze, welche von den Polaren eines Dreiecks mitgetheilt und für die Curven III. O. mit zwei Doppelpunkten und einem Doppelpunkt nicht besonders erwähnt sind, auch für diese, soweit sie sich auf die Eigenschaften der harmonischen Mittelpunkte stützen. Weitere Folgerungen müssen hier übergangen werden. Man findet sie im Zusammenhang in den öfter erwähnten Werken von **Cremona** und **Durège**.

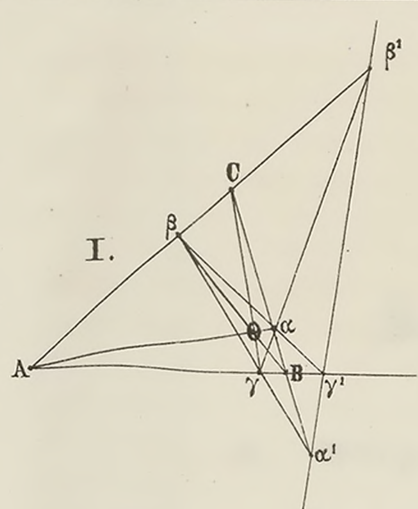
Milinowski.

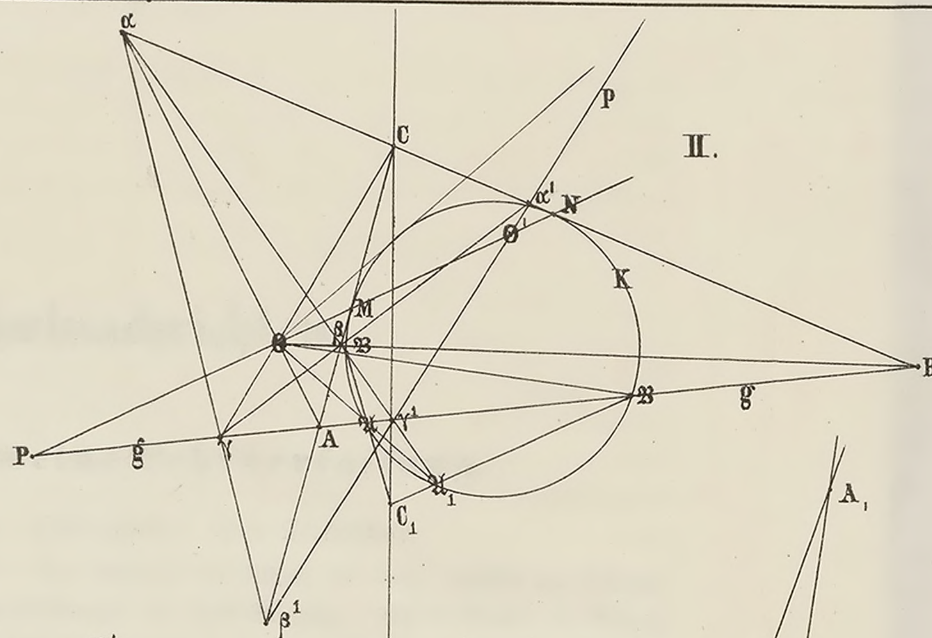


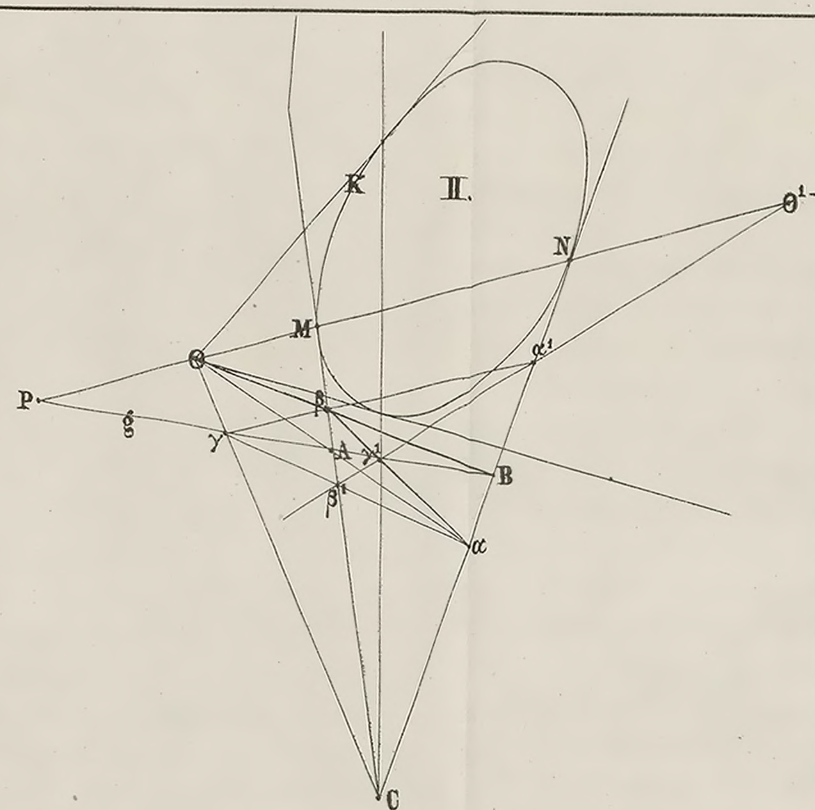
Schulnachrichten

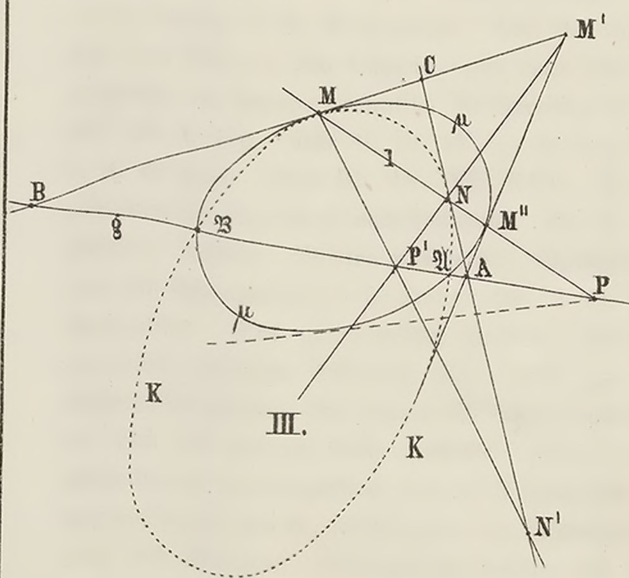


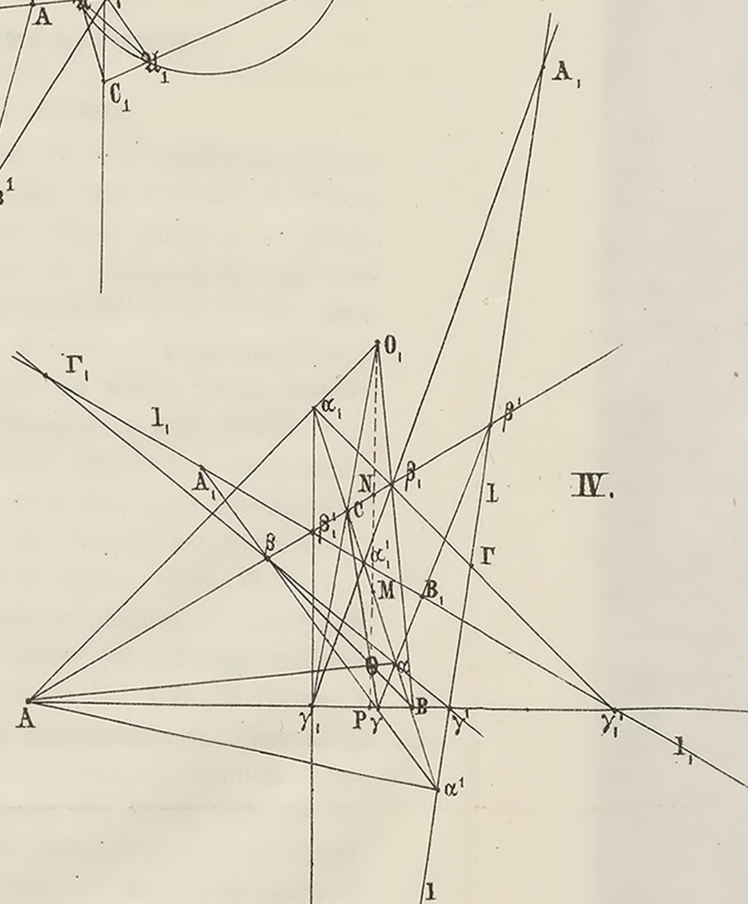
I.
A
B
C
β
β'
α
α'
γ
γ'
Θ
α
α'
N
Θ'
P
B
α
III.
M'
C
M
μ
1
N
B
M''
𝔅
P'
𝔄
A
P
g
μ
K
K
N'
b
𝔅₁
α'₁
V.

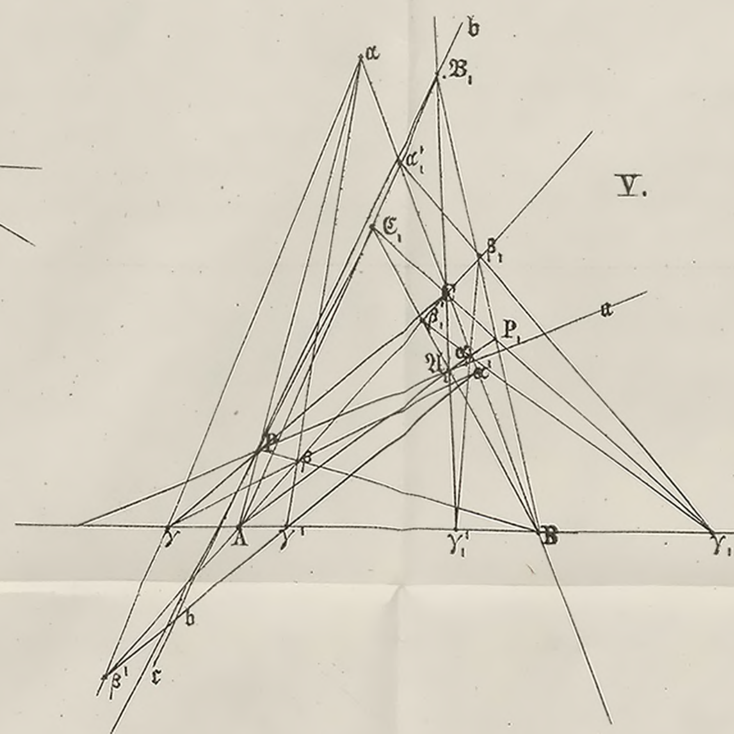

I.

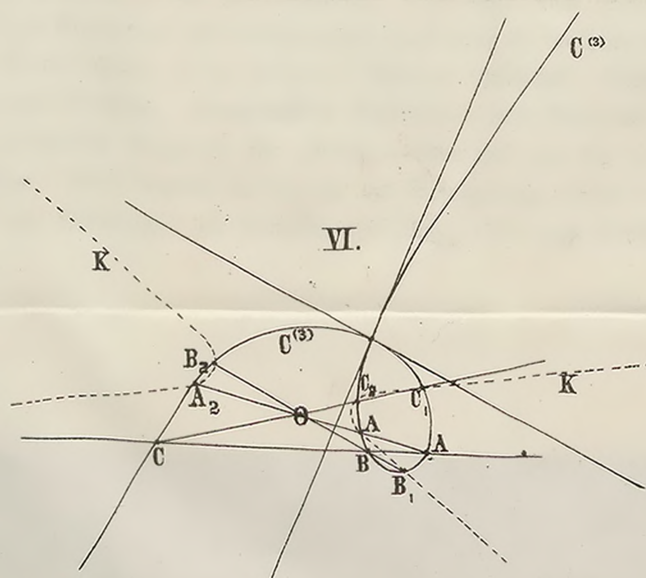

II.


II.


III.


IV.


V.


VI.

Schulnachrichten.

A. Allgemeine Lehrverfassung.

Ober-Prima. Ordinarius: Der Director.

1) Deutsch, 3 St. Skrodzki. Alte Literatur von Ulfilas bis Opitz. Lektüre des Nibelungenliedes. Elemente der Logik. Disponirübungen und freie Vorträge. Alle 6 Wochen ein Aufsatz. — 2) Latein, 6 St. Pöhlmann. Cic. de oratore I, 1—40. Tacit. Annal. I. — Privat.: Cic. pro Milone, pro Ligario, pro rege Dejot., Paradoxa, de oratore I, 40 sqq. Alle 6 Wochen ein Aufsatz, wöchentlich ein Exercitium und Extemporale. — 2 St. der Direktor. Hor. Od. Lib. I, rep.: Lib. II, III, IV. — 3) Griechisch, 6 St. Kossinna. Demosth. Philipp. I, II, de pace. Jlias III, IV, VI, XVII. Privat.: Jlias XX bis XXIV. Soph. Electra. Repetition der Grammatik nach Buttmann. Alle 14 Tage ein Exercitium. — 4) Französisch, 2 St. Fischer. Lektüre: Phèdre p. Racine. Grammatische Repetitionen. Alle 14 Tage ein Exercitium oder ein Extemporale. — 5) Hebräisch, 2 St. Schiekopp. Wiederholung der Elementar- und Formenlehre. Das unregelmäßige Verbum. Lektüre: Exodus mit Auswahl und Psalm 1—30. Monatlich schriftliche Erklärung einer Stelle des A. T. — 6) Religion, 2 St. Schiekopp. Reformationsgeschichte von Spener bis Schleiermacher. Wiederholung der Einleitung in die h. Schrift, der alten und mittleren Kirchengeschichte. Lektüre des 2. Corintherbriefes u. der epistolischen Perikopen. Wiederholung der Kirchenlieder und der 5 Hauptstücke. — 7) Mathematik, 4 St. Milinowski. Wiederholungen aus der Stereometrie und Trigonometrie. Reihen, Zinseszinsrechnung. Vom Maximum und Minimum. Uebungen im Auflösen von Aufgaben. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — 8) Physik, 2 St. Milinowski. Die Lehre vom Schwerpunkt der Körper und von den einfachen Maschinen. Wiederholung und Fortsetzung der mathematischen Geographie. — 9) Geschichte und Geographie, 3 St. Fischer. Mittlere Geschichte. Repetitionen der alten, neuen und vaterländischen Geschichte. Geographische Repetitionen nach Bedürfniß. — 10) Gesang, 2 St. Collin. Die 4stimmige Singklasse für gemischten Chor war aus den gesangfähigen Schülern aller Klassen gebildet. Geübt wurden die Choräle der Schulgesänge, Chöre von Mühling, Hauptmann und Rink; mit dem Männerchor die liturgischen Gesänge, Lieder von Becker und Damroth. Größere Gesänge

für gemischten Chor mit Begleitung: aus Mozart's **Requiem**: „**Dies irae**“, „**Rex tremendae**“, „**Confutatis**“, „**Lacrimosa**“, „**Sanctus**“; Introduktionschor aus dem unterbrochenen Opferfest von Winter. — 11) Zeichnen, I—III. comb., 2 St. Rehberg. Freies Handzeichnen nach größeren, ausgeführten Vorbildern, Köpfe, Thiere, Arabesken, Landschaften 2c. Perspektivisches Zeichnen.

Unter-Prima. Ordinarius: Oberlehrer Pöhlmann.

1) Deutsch, U. I. a. u. b., 3 St. Skrodzki. Neuere Literatur von Opitz bis zum Abschluß der Romantik. Lektüre der Hauptabschnitte aus Lessing's Laokoon. Theorie der schriftlichen Darstellung. Freie Vorträge. Alle 6 Wochen ein Aufsatz. — 2) Latein, U. I. a., 8 St. der Director. **Cic. de offic. I.** Privatim: **Cic. in Verrem IV, 32—67, de amicitia, Hor. Sat. I.** mit Auswahl. Retrov. **Cic. de offic. I, 1—5.** Repetition der Grammatik. Wöchentlich ein Exercitium und Extemporale. Alle 6 Wochen ein Aufsatz. — U. I. b., 8 St. Pöhlmann. **Cic. de offic., orat. pro Milone, Hor. carm. I.** Privat.: **Cic. in Verrem IV, de offic.** Repetition der Grammatik. Wöchentlich ein Exercitium und Extemporale. Alle 6 Wochen ein Aufsatz. — 3) Griechisch, U. I. a., 6 St. Pöhlmann. **Plato Menexenus. Jlias I—VII,** zum Theil privatim. **Soph. Ajax.** Grammatische Repetitionen nach Buttmann. Alle 14 Tage ein Exercitium. — U. I. b., 6 St. Meckbach. **Plato Euthyphron. Demosth. Philipp. I., II. Soph. Ajax. Hom. Jl. I—IV,** zum Theil als Privatlektüre. Grammatik: Buttmann § 134—135. Alle 14 Tage ein Exercitium. — 4) Französisch, U. I. a. u. b., 2 St. Fischer. Lektüre: **Phèdre p. Racine.** Grammatische Wiederholungen nach Bedürfniß. Alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. — 5) Hebräisch, U. I. a. u. b., komb. mit Ober-Prima. — 6) Religion, U. I. a. u. b., 2 St. Schiekopp. Einleitung in die symbolischen Schriften der evangelischen Kirche. **Confessio Augustana.** Reformationsgeschichte bis zum Tode Luthers. Epheser- und Philipperbrief und epistolische Perikopen. Wiederholung der Kirchenlieder und der 5 Hauptstücke. — 7) Mathematik, U. I. a., 4 St. Milinowski. Wiederholung der Trigonometrie. Stereometrie. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. U. I. b., 4 St. Reuter. Stereometrie nach Kambly. Trigonometrische Repetitionen. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — 8) Physik, U. I. a. u. b., 2 St. Milinowski. Von den mechanischen Eigenschaften der Körper. — 9) Geschichte und Geographie, U. I. a. u. b., 3 St. Fischer. Mittlere Geschichte. Wiederholung der alten, neueren und vaterl. Geschichte. Geographische Repetitionen nach Bedürfniß. — 10) Gesang, s. Ober-Prima. 11) Zeichnen, s. Ober-Prima.

Ober-Secunda. Ordinarius: Oberlehrer Meckbach.

1) Deutsch, 2 St. Meckbach. Geschichte der deutschen Literatur von Opitz bis Lessing. Alle 6 Wochen ein Aufsatz. Uebungen im freien Vortrage. — 2) Latein, 8 St. Meckbach. **Cic. pro Roscio, pro Dejotaro.** Retrovertirt: **Cic. pro Roscio, I—XX.** Privatlectüre: **Liv. XXVI.** Grammat. nach **Zumpt** § 672—825. Wöchentlich ein Exercitium. Vierteljährlich ein Aufsatz. Extemporalien. — 2 St. Pöhlmann. **Virg. Aen. XI, XII, VIII.** — 3) Griechisch,

4 St. Hecht. **Herod. VIII, 1—150.** Grammat. nach Buttmann. Casus- und Tempuslehre. Wiederholung der Etymologie. Alle 2 Wochen ein Exercitium, alle 6 Wochen ein Extemporale. — 2 St. Meckbach. **Hom. Od. IX—XII.** — 4) Französisch, 2 St. Fischer. Plötz 2. Cursus, Lekt. 56—78. Lektüre: **Théodose le Grand p. Fléchier.** Alle 14 Tage ein Exercitium. — 5) Hebräisch, 2 St. Schiekopp. Elementar- und Formenlehre, vom **Pron.**, regelmäß. **Verb.** und **Nomen.** Lektüre der Uebungs- und Lesestücke Nr. 8—12. Monatlich schriftliche Uebung in der Formenlehre. — 6) Religion, 2 St. Schiekopp. Einleitung in die heil. Schrift. Evangel. Johannis. Wiederholung der Kirchenlieder und der 5 Hauptstücke. — 7) Mathematik, 4 St. Milinowski. Trigonometrie. Wiederholungen aus der Planimetrie. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — 8) Physik, 1 St. Milinowski. Von der Wärme. — 9) Geschichte u. Geographie, 3 St. Fischer. Römische Geschichte bis Augustus. Wiederholung der griechischen und vaterländischen Geschichte. Geographie von Alt-Italien, Amerika, Afrika. — 10) Gesang, s. Ober-Prima. — 11) Zeichnen, s. Ober-Prima.

Unter-Secunda. Ordinarius: Gymnasiallehrer Skrodzki.

1) Deutsch, 2 St. Schiekopp. Poetik, besonders epische und lyrische Poesie, mit Musterproben aus der deutschen Literatur. Uebungen im Disponiren und freien Vortrage. Alle 6 Wochen ein Aufsatz. — 2) Latein, 8 St. Skrodzki. **Liv. V, Cic. Cat. M.** Privatim: **Nepos, Liv. I, 1—30.** Grammatik: Zumpt § 493—671. Retrovertirt: **Liv. V, 1—15, Cic. Cat. M. 1—8.** Wöchentlich ein Exercitium und Extemporale. — 2 St. Meckbach. **Virgil. Aen. VII** u. **VIII.** — 3) Griechisch, 6 St. Hecht. **Herod. VII, 100** b. z. Ende. **Hom. Od. XXIV.** u. **XIII.** Grammatik nach Buttmann. Casuslehre und Wiederh. der Etymologie. Alle 2 Wochen ein Exercitium, alle 6 Wochen ein Extemporale. — 4) Französisch, 2 St. Fischer. Plötz **II. Curs.**, Lect. 29—50. Lektüre: **Alexandre le Grand p. Rollin.** Alle 14 Tage ein Exercitium. — 5) Hebräisch, komb. mit Ober-Sekunda. — 6) Religion, 2 St. Schiekopp. Alte Kirchengeschichte bis auf Gregor d. Gr. Evang. Lucä und die evang. Perikopen. Wiederh. der Kirchenlieder und der 5 Hauptstücke. — 7) Mathematik, 4 St. Milinowski. Anwendung der Algebra auf Geometrie. Von geometrischen Oertern. Wiederhol. der Lehre von der Aehnlichkeit der Figuren. Die Gleichungen des ersten u. zweiten Grades. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — 8) Physik, 1 St. Milinowski. Von den mechanischen Eigenschaften der Körper. — 9) Geschichte und Geographie, 3 St. Fischer. Griech. Geschichte bis zum Tode Alexanders d. Gr. Wiederh. der römischen und vaterländischen Geschichte. Geographie von Alt-Griechenland, Asien, Australien. — 10) Gesang, s. Ober-Prima. — 11) Zeichnen, s. Ober-Prima.

Ober-Tertia. Ordinarius: Dr. Fischer.

1) Deutsch, 2 St. Hahn. Lehre vom zusammengesetzten Satz. Wiederholung der Interpunktionslehre. Erklärung größerer Gedichte. Wöchentliche Uebungen im Deklamiren u. freien Vor-

trage. Disponirübungen. Monatlich ein Aufsatz. — 2) Latein, 6 St. Skrodzki. Caes. bell. civ. I u. II. Retrovertirt: Caes. bell. civ. I, 1—30. Wöchentliche Extemporalien aus Süpfle, Th. I, Nr. 160—214, I—VI. — 4 St. Hecht. Grammatik nach Zumpt. Das Wichtigste aus der Tempus- und Moduslehre. Wiederhol. der Kasuslehre u. der Etymologie. Alle 8 Tage 1 Exercit. nach Süpfle I. Curs. Alle 3 Wochen 1 Extempor. Ovid. Metam. IV, 50—150. XI, 40—110. 350—550. XIII, 1—100. In jeder 3. Stunde wurden 6 Verse memorirt. — 3) Griechisch, 4 St. Hecht. Xenoph. Anab. III, 2 bis zum Schluß u. IV, 1, 2. Gramm. nach Buttmann. Die verba anomala § 114 und Repetition der Etymologie. Alle 14 Tage 1 Exerc., alle 6 Wochen 1 Extempor. — 2 St. der Direktor. Hom. Od. XV, XVI. Gelernt wurde XV, 60—180. 4) Französisch, 2 St. Fischer. Plötz II. Cursus, Lect. 1—28. Lektüre: Charles XII. p. Voltaire. Alle 14 Tage ein Exercitium. — 5) Religion, 2 St. Schiekopp. 2. u. 3. Artikel, 4. u. 5. Hauptstück des Katechismus erklärt, die anderen wiederholt. Bibelsprüche, ausgewählte Psalmen u. Kirchenlieder gelernt. Geschichte der Reformat. nach Wangemann's Lutherbüchlein. Das evangelische Kirchenjahr. — 6) Mathematik, 4 St. Reuter. Wiederhol. der Kreislehre. Von der Proportionalität gerader Linien und der Aehnlichkeit geradliniger Figuren. Kambly § 128—152. Lehre von den Proportionen. Potenzen. Alle 14 Tage eine häusliche Arbeit. — 7) Geschichte u. Geographie, 4 St. Kossinna. Preußisch-brandenburgische Geschichte. Geographie von Deutschland, Holland, Belgien, der Niederlande u. Schweiz. — 8) Gesang, 1 St. Collin. Die Tenor- und Alto-Stimmen übten die Chöre zur 4stimmigen Singklasse. — 9) Zeichnen, 2 St. Rehberg, s. Ober-Prima.

Unter-Tertia. Ordinarius: Oberlehrer Dr. Kossina.

1) Deutsch, 2 St. Plew. Interpunktion und Satzlehre. Lectüre: Hermann und Dorothea und Lesebuch von Hopf und Paulsiek. Erklären und Deklamiren von Gedichten des Lesebuchs, besonders Schiller'scher Balladen. Vierwöchentlich ein Aufsatz. — 2) Latein, 8 St. Kossina. Caesar. bell. Gall. IV. u. V. Retrovertirt wurde IV, 1—20 und V, 1—12. Grammatik nach Zumpt. Repetition der Elementarlehre. Syntax bis § 492. Uebungen im mündlichen Uebersetzen aus dem Deutschen ins Lateinische, und wöchentlich ein Exercitium aus Süpfle. — 2 St. Plew. Ovid. Metam. lib. III. Memorirt wurde III., 1—92. — 3) Griechisch, 6 St. Plew. Gramm. nach Buttmann. Repetition des Pensums von Quarta, dann § 105—109. Lektüre Jacobs II. Cursus: Länder- und Völkerkunde von Abschnitt II. ab. Homer. Od. V. Memoriren von Versen. Alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. — 4) Französisch, 2 St. Plew. Wiederholung von avoir und être und den wichtigsten Lectionen aus Plötz 1. Cursus 35—39. Durchnahme von Lect. 60—91. Lectüre im Lesebuch. Alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. — 5) Religion, 2 St. Schiekopp. Evang. Matthäi, besonders die Bergpredigt und Passionsgeschichte gelernt und erklärt; Kirchenlieder und Hauptstücke gelernt. — 6) Mathematik, 4 St. Reuter. Wiederholung und Vervollständigung der Lehre vom Dreieck (Kambly § 61—69),

Lehre vom Kreise (Kambly § 82—110). Buchstabenrechnung. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — 7) Geographie und Geschichte, 4 St. Hecht. Röm. Geschichte bis zur Schlacht bei Actium nach der Tabelle von Fischer. Geographie von Alt-Italien. Neuere Geographie: politische Geographie von Europa mit Ausschluß Deutschlands nach Seydlitz. — 8) Gesang, s. Ober-Tertia. — 9) Zeichnen, s. Ober-Prima.

Ober-Quarta. Ordinarius: Gymnasiallehrer Plew.

1) Deutsch, 2 St. Hahn. Interpunktionslehre. Das Wichtigste aus der Satzlehre. Wöchentlich einmal Uebungen im Deklamiren. Kleine Aufsätze und Diktate. — 2) Latein, 8 St. Plew. **Nepos: Timotheus, Epaminondas, Pelopidas, Agesilaus, Eumenes.** Retrovertirt: **Epaminondas.** Grammatik nach Zumpt's Auszug. Die wichtigsten Regeln aus der Kasuslehre. Wiederholung der unregelmäßigen Verba, damit verbunden mündliche Uebungen im Uebersetzen aus Dronkes Aufgaben. Wöchentlich ein Exercitium oder Extemporale. — 2 St. Haase. **Phaedrus lib. III. und V.** Einige Fabeln wurden auswendig gelernt. — 3) Griechisch, 6 St. Hahn. Wiederholung der Deklination. Erlernung des regelmäßigen Verbums, einschließlich der Verba in μι. Buttmann § 81—107. Lectüre: Jacob's Lesebuch VI, VIII, IX, X. — 4) Französisch, 2 St. Kownatzki. Einübung der Lectionen 40—60 aus Plötz Elementarbuch. Wiederholung von **avoir** und **être** und den früheren Lectionen. Alle 14 Tage ein Exercitium oder Extemporale. — 5) Religion, 2 St. Schiekopp. Wiederholung der biblischen Geschichten des N. T., das 1. Hauptstück erklärt, die andern gelernt, ebenso Bibelsprüche und Kirchenlieder. — 6) Mathematik, 2 St. Reuter. Von den Linien, Winkeln, Parallelen und Dreiecken. Lösung der sich daran schließenden Aufgaben. (Kambly bis § 63.) Wöchentlich eine schriftliche Arbeit über Decimalbrüche und Regeldetri. — 7) Geschichte, 2 St. Hahn. Griechische Geschichte vom Anfang der Perserkriege bis zum Tode Alexanders d. Gr. — Geographie, 1 St. Hahn. Alte Geographie von Griechenland. Neuere Geographie von Amerika und Australien. — 8) Zeichnen, 2 St. Rehberg. Zeichnen nach ausgeführten Vorbildern. Fortsetzung der Elemente der Perspective. — 9) Schreiben, 2 St. Rehberg, mit III. und **IV.b.** combin. Für diejenigen, welche eine schlechte Handschrift haben, nach Vorschriften. — 10) Singen, 2 St. Collin. Wiederholung des Elementargesanges. Sopran und Alt übten die Chöre zur vierstimmigen Singklasse.

Unter-Quarta. Ordinarius: Gymnasiallehrer Kownatzki.

1) Deutsch, 2 St. Kownatzki. Lectüre aus Hopf und Paulsiek Th. 1, Abth. 3, mit Anschluß der Regeln über den einfachen und zusammengesetzten Satz nebst der Interpunktionslehre. Alle 2 Wochen ein kürzerer Aufsatz nebst einem Diktat zur Uebung in der Orthographie. Deklamirübungen einmal wöchentlich. — 2) Latein, 10 St. Kownatzki. **Nepos: Miltiades, Themistocles, Aristides, Pausanias, Cimon.** Retrovertirt: **Miltiades, Themistocles.** Repetition der Formenlehre nach Zumpt's Auszug. Einübung der unregelmäßigen Verba, angeknüpft an

die Lectüre die wichtigsten Regeln über die Casuslehre. Mündliche und schriftliche Uebungen im Uebersetzen aus Dronke's Aufgaben. Wöchentlich ein Exercitium oder Extemporale. **Phaedrus lib. I und II.** Einige Fabeln auswendig gelernt. — 3) Griechisch, 6 St. Kownatzki. Buttmann § 1—80. Buchstaben, Deklination des Nomen, Accentlehre, Comparation, Pronomina, Zahlwörter. Einleitung in die Lehre vom Verbum, Einübung von *τύπτω*. Lectüre: Jacobs I—VII, einzelne Stücke aus VIII. Schriftliche und mündliche Declinationsübungen, sowie Uebersetzen leichterer Sätze. — 4) Französisch, 2 St. Haase. Lect. 35—50 aus Plötz Elementarbuch; Wiederholung der wichtigeren vorhergehenden Lectionen. Einübung von **avoir** und **être**. Alle 14 Tage ein Exercitium. Extemporalien. — 5) Religion, 2 St. Gisevius. Die Zeit der Apostel, Ueberblick des Kirchenjahres, Beschreibung des gelobten Landes, das Wichtigste über Luther. Memorirt wurden Bibelsprüche und Liederverse und mehrere Kirchenlieder. — 6) Mathematik, 3 St., bis Neujahr Meckbach, seit Neujahr Reuter. Lehre von den geraden Linien, Winkeln und Dreiecken. Zusammengesetzte Regeldetri und Dezimalbruchrechnung. — 7) Geschichte und Geographie, 3 St. Haase. Geographie von Alt-Griechenland. Griech. Mythologie und Geschichte im Anschluß an Fischer's Tabelle bis 466. Geographie von Asien und Afrika nach Seydlitz. Repetition von Europa. — 8) Zeichnen, 2 St. Rehberg. Zeichnen nach leichten, ausgeführten Vorbildern kleiner Landschaften, Köpfe ꝛc. Fortsetzung der Elemente der Perspective. — 9) Schreiben, 2 St. Rehberg, mit III. und IV. a. comb. — 10) Singen, s. Ober-Quarta.

Quinta. Ordinarius: Dr. Haase.

1) Deutsch, 2 St. Haase. Die Lehre vom einfachen Satz. Lektüre aus Hopf und Paulsiek's Lesebuch für Quinta. Erlernung von Gedichten, Deklamirübungen. Alle 14 Tage ein Diktat oder eine kleine Arbeit. — 2) Latein, 10 St. Haase. Grammatik: Repetition des Pensums der Sexta. **Verba anomala** und **defectiva**, unregelmäßige **verba** und **deponentia** (Zumpt's Auszug § 44—230). Bonnel: St. 1—17. Lektüre aus Jacob's Lesebuch: II. Cursus III, 1—75. Wöchentlich ein Exercitium. — 3) Französisch, 2 St. Haase. Plötz Elementarbuch, Lekt. 1—35. Alle 14 Tage ein Exercitium. — 4) Religion, 3 St. Gisevius. Die Geschichten des A. T. zu Ende, die Geschichten des N. T. mit Auswahl; memorirt wurden die dazu gehörigen Bibelsprüche und Liederverse, das 2. Hauptstück und mehrere Kirchenlieder. — 5) Rechnen, 4 St. Reuter. Bruchrechnung mit Anwendung auf benannte Zahlen. Elemente der Dezimalbruchrechnung im Anschlusse an die neuen Maße und Gewichte. Regeldetri. — 6) Geographie, 2 St. Kownatzki. Wiederholung des Pensums von VI. Nothwendigste Grundbegriffe aus der mathematischen Geographie, allgemeine Uebersicht über die feste und flüssige Erdoberfläche. Globus. Das Wichtigste aus der politischen Geographie Europas mit besonderer Berücksichtigung des preußischen Staates nach Preuß. — 7) Naturkunde, 2 St. Reuter. Zoologie (Allgemeine Uebersicht; Vögel). — 8) Zeichnen, 2 St. Rehberg. Elemente der Perspective. Freihandzeichnen nach Wandtafeln und Vorlegeblättern. — 9) Schreiben, 2 St. Rehberg. Deutsche und lateinische Schrift nach Vor-

schriften. — 10) Singen, 2 St. Collin. Elementarübungen im Treffen der Intervalle, Tonarten und deren Tonleitern. Sopran die Chöre zur vierstimmigen Sing-Klasse.

Ober-Sexta. Ordinarius: Gymnasiallehrer Hahn.

1) Deutsch, 4 St. Kleinschmidt. Lehre von den wichtigern Wortarten und dem einfachen Satze. Uebungen im Lesen und Wiedererzählen aus Hopf und Paulsiek. Orthographische Uebungen, kleine Aufsätze und Deklamirübungen. — 2) Latein, 9 St. Hahn. Deklination, Comparation d. **adject.** u. **adverb.** Regelm. Conjugation und die bekannteren unregelm. **verba.** Uebungen im Uebersetzen nach dem **Tirocinium** St. 17—86. Kleine Exercitien. In den 2 mit Unter-Sexta comb. Stunden: Uebungen im Dekliniren u. Konjugiren. — 3) Religion, 3 St. Gisevius. Die Geschichten des A. T. bis zur Rückkehr aus dem babylonischen Exil; memorirt wurden die zu den Stücken gehörigen Bibelsprüche und Liederverse, das erste Hauptstück und mehrere Kirchenlieder. — 4) Rechnen, 4 St. Kleinschmidt. Die 4 Species mit benannten Zahlen, Zeitrechnung, Addition u. Subtraction ungleichnamiger Brüche. — 5) Geographie, 2 St. Plew. Die Hauptlehren aus der mathematischen und physischen Geographie, und allgem. Geographie v. Europa. 6) Naturkunde, 2 St. Reuter. Beschreibung einzelner Säugethiere. — 7) Zeichnen, 2 St. Rehberg. Zeichnen an der Tafel nach mündlichem Vortrage, nach Wandtafeln und Vorlegeblättern. — 8) Schreiben, 2 St. Rehberg. Schreiben nach Vorschriften. — 9) Singen, 2 St. Collin. Gehör- und Stimmübungen; Kenntniß der Noten und Pausen. Werth derselben, Takt- und Versetzungszeichen. Leichte Intervallenübungen. Die Choräle und Chöre für die vierstimmige Singklasse wurden mit den Sopranstimmen geübt.

Unter-Sexta. Ordinarius: Kleinschmidt.

1) Deutsch, 4 St. Kleinschmidt, mit Ober-Sexta. Kenntniß der wichtigern Redetheile und der Hauptregeln der Orthographie. Uebungen im Lesen, Wiedererzählen und Deklamiren aus Hopf und Paulsiek. — 2) Latein, 8 St. Gisevius. Die ersten 65 Stücke aus dem Tirocinium vertirt und retrovertirt. Memorirt wurden 12 Stücke. Die 5 Deklinationen, die Adjectiva, Pronomina, Zahlwörter, **sum** und die 4 Conjugationen. — 3) Rechnen, 4 St. Kleinschmidt, mit Ober-Sexta. Die 4 Species mit benannten Zahlen. Kopf- und Bruchrechnung. 4) Religion, combin. mit Ober-Sexta. — 5) Geographie, combin. mit Ober-Sexta. — 6) Schreiben, 4 St., 2 combin. mit Ober-Sexta, Rehberg. Schreiben nach Vorschriften. — 7) Singen, 2 St. Collin, comb. mit Ober-Sexta.

Vorbereitungs-Schule.

1. Klasse. Ordinarius: Kleinschmidt.

1) Deutsch, 4 St. Kleinschmidt. Die wichtigsten Redetheile. Deklination, Comparation und Conjugation. Uebungen im Wiedererzählen und Deklamiren; kleine Dictate und täglich Ab-

schreibeübungen. — 2) Rechnen, 4 St. Derselbe. Die 4 Species in unbenannten Zahlen. Resolviren und Reduciren. Einfache Schlußrechnungen. — 3) Lesen, 6 St. Derselbe. Münsterberger Lesebuch, 2. Theil. — 4) Singen, 1 St. Derselbe. Gehör- und Stimmübungen, leichte Volkslieder. — 5) Anschauungs- und Denkübungen, 2 St. Derselbe. Erweiterung der Vorstellung, geknüpft an Gegenstände aus dem Anschauungskreise der Kinder. Uebungen im Denken und richtigen Sprechen. — 6) Schreiben, 4 St. Rehberg. Mit der zweiten Klasse combinirt. Fortgesetzte Uebung in deutscher und lateinischer Schrift. — 7) Religion, 3 St. Gisevius. Die Geschichten des A. T. bis zu Moses, aus dem N. T. die auf die kirchlichen Feste bezüglichen Stücke; memorirt wurden außer dem Morgen- und Abendsegen noch kleine Gebete und mehrere Kirchenlieder.

2. Klasse. Ordinarius: Tolckmitt.

1) Religion, 3 St. Tolckmitt. Die in K. Materne „Für den ersten Religionsunterricht" enthaltenen bibl. Geschichten des A. T. wurden mit den Kindern eingeübt und zum sichern Eigenthum derselben gemacht. Memorirt wurden kleine Gebete und Liederverse. — 2) Lesen, 6 St. Derselbe. Münsterberger Lesebuch, 2. Theil. — 3) Deutsch, 2 St. Derselbe. Wort- und Sacherklärung gelesener Stücke; kleine Regeln über die Rechtschreibung, tägliche Abschreibeübungen. Einige Gedichte wurden gelernt. — 4) Rechnen, 4 St. Derselbe. Die 4 Species im Zahlenkreise von 1—100. Einführung in den größeren Zahlenkreis. Addiren und Subtrahiren. — 5) Schreiben, 4 St. Rehberg. Mit der 1. Klasse combinirt. — 6) Anschauungs-Unterricht, 1 St. Tolckmitt. Dinge, die dem Anschauungskreise der Kinder entnommen waren, boten Stoff zu Uebungen im Anschauen, Denken und Sprechen. — 7) Singen, 1 St. Kleinschmidt. Mit der 1. Klasse combinirt.

3. Klasse. Ordinarius: Tolckmitt.

1) Religion, 2 St. Tolckmitt. Die bibl. Geschichten nach Materne von der Schöpfungsgeschichte bis zu den Geschichten von Joseph. — 2) Lesen und Schreiben, 10 St. Derselbe. Das Lesen wurde auf dem Wege des Lautirens und nach der sogenannten Schreiblese-Methode gelehrt. Als Uebungsbuch diente Haester's Fibel. Mit dem Lesen zugleich wurde der Rechtschreibung wegen noch das Buchstabiren geübt. Das Schreiben wurde mit dem Lesen zugleich gelehrt. — 3) Rechnen, 4 St. Derselbe. Die 4 Species im Zahlenkreise von 1—10. Einführung in den Zahlenkreis von 1—100. Addiren und Subtrahiren.

Littauisch, 4 St. Gisevius. Achtzig Psalmen wurden vertirt und zum Theil retrovertirt, außerdem ein Buch aus dem A. T. und zwei Evangelien. Memorirt wurden 6 Kirchenlieder und ein Hauptstück. Zur Uebung im Schriftlichen wurde alle 14 Tage ein Extemporale und vierteljährlich ein freier Aufsatz gefertigt.

Englisch, 4 St. in zwei Abtheilungen, Fischer. II. Abth.: Grammatik nach Georg. Lektüre: **Life in the Wilds** v. **Martineau.** I. Abth.: Grammatik nach Georg. Lektüre: **Julius Caesar** von **Shakspere.**

Turnen: Meckbach. Der Turnunterricht wurde im S. u. W. in 8 wöchentlichen Stunden ertheilt, so daß immer je zwei Klassen zusammen 2 Stunden wöchentlich beschäftigt wurden. Das Schulturnfest fand am 20. December Statt und wurden unter die Schüler 53 Preise vertheilt.

Themata für die Abiturienten-Arbeiten.

I. Deutscher Aufsatz: Was ist des Studirenden bester Schatz und bester Schutz?

II. Lateinischer Aufsatz: **Nullam funestiorem civitatibus exstitisse pestem quam discordiam civilem, ex rebus gestis Graecorum et Romanorum illustratur.**

III. Mathematische Arbeit: 1) Zur Construktion eines Dreiecks sind gegeben: eine Seite und die Radien des ein- und umgeschriebenen Kreises. — 2) Zur Berechnung eines Dreiecks sind gegeben: Der Radius des eingeschriebenen Kreises, die Summe zweier Seiten und der Radius des äußern Berührungskreises, der die dritte Seite nicht in der Verlängerung berührt. — 3) In eine Kugel von gegebenem Radius r soll von allen 3seitigen Prismen mit rechtwinklig gleichschenkliger Grundfläche dasjenige gestellt werden, welches die größte Oberfläche hat. Wie verhält sich die Höhe desselben zu einer Kathete der Oberfläche? — 4) In eine Kugel K ist ein regelmäßiges Tetraeder construirt, in dieses wieder eine Kugel, in diese ein zweites Tetraeder u. s. w. Wie groß ist die Summe aller Kugeln und wie groß die Summe aller Tetraeder? —

Themata für die freien Arbeiten in Prima und Secunda 1871—1872.

I. Deutsche Aufsätze. A. In Ober-Prima: 1) Gute Bäume tragen zeitig. — 2) Schnell fertig ist die Jugend mit dem Wort. — 3) Der Erfolg ist auch ein Gottesurtheil. (Klassenarbeit.) — 4) Des Lebens Mühe lehrt uns allein des Lebens Güter schätzen. — 5) Was ist des Studirenden bester Schatz und bester Schutz?

B. In Unter-Prima: 1) a. u. b. Welchen Vorzügen verdankt Schiller's Glocke die große Popularität, welche sie bei den Deutschen genießt? — 2) a. u. b. Ueber Ursprung und Werth der Sprichwörter. (Klassen-Arbeit.) — 3) a. Wie ist der zweite Titel von Lessing's Minna von Barnhelm: „das Soldatenglück“ zu verstehen? b. Vergleichende Charakteristik der Göthe'schen, Schiller'schen und Uhland'schen Balladen- und Romanzendichtung. 4) a. Durch wiederholte Streiche fällt auch die stärkste Eiche. b. Wie man in den Wald ruft, so schallt es heraus. — 5) a. 1. Erst wäge, dann wage! 2. Ueber die Selbstachtung. b. 1. „Willst Du glücklich sein hienieden, — Wünsche nimmer es zu sein!“ 2. Ueber die Selbstbeherrschung.

C. In Ober-Secunda: 1) Aller Anfang ist schwer. — 2) Wodurch wurde Cicero bestimmt, die Vertheidigung des Sextus Roscius aus Ameria zu übernehmen (nebst angehängter Uebersetzung der beiden ersten Capitel dieser Vertheidigungsrede). — 3) Zwischen heut' und morgen liegt eine lange Frist. — 4) Bezeichnend für den Charakter der Menschen ist das, was sie lächerlich finden. — 5) Wahre Tugend findet schon hier auf Erden wahren Lohn.

D. In Unter=Secunda: 1) a. Das Erntefest, eine Schilderung. b. Die Gefahren des Reichthums. — 2) a. Schilderung einer Jagd (Nibelungenlied 16. Abent.). b. Aurora Musis amica. — 3) a. Die Entdeckung Amerikas und ihre Folgen. b. Guttenberg und seine Verdienste. — 4) a. Das Landleben im Winter. b. Einfluß des Ackerbaus auf die Cultur. — 5) Das Landleben im Frühlinge. (Klassenarbeit.)

II. Lateinische Aufsätze. A. In Ober=Prima: 1) Eloquentia cur apud Graecos et Romanos potissimum floruerit? — 2) Maximum fidei vinculum esse melioribus parere (Liv. XX, 13). — 3) Aequam memento rebus in arduis — Servare mentem (Hor. od. II, 3.) (Klassen=Arbeit). — 4) Ea fato quodam dato Romanis sors fuit, ut omnibus magnis bellis victi vincerent. 5) Romanae reipublicae quae fuerint formae et quomodo altera alteram secuta sit.

B. In Unter=Prima: 1) a. Fieri posse, ut bella rebus populorum salutaria sint, et argumentis et exemplis demonstratur. b. Qui factum sit, ut Romani rerum nauticarum laude minus florerent. — 2) a. Quattuor res, quas Cicero dicit, in imperatore inesse oportere: scientiam rei militaris, virtutem, auctoritatem, felicitatem summas fuisse in Caesare. b. Romam urbem Romulus condidit, Camillus restituit, Cicero servavit. — 3) a. Brevi enarrantur causae et res gestae belli Punici secundi (Klassen=Arbeit). b. Unus homo cunctando rem Romanam restituit (Klassen=Arbeit). 4) a. Audendum est: fortes adjuvat ipse deus. b. Utrum res bellicae, an urbanae pluris aestimandae sint. — 5) a. u. b. Athenienses bene de patria, melius de universa Graecia, de genere humano optime meruisse.

C. In Ober=Secunda: 1) Argumentum libri secundi Aeneidis breviter enarretur. — 2) Themistoclis oratio habita in contione sociorum ante pugnam Salaminiam. — 3) Omne genus virorum magnorum Athenas tulisse.

B. Amtliche Verordnungen.

Vom 15. August 1871: Anzeige, daß Herr Rumker am 1. Oktober als 4. ordentlicher Lehrer des Gymnasiums in Gumbinnen versetzt wird. — Vom 31. August: Anzeige, daß am 1. Oktober in Rumlers Stelle der Schulamts=Kandidat Reuter eintreten und zugleich sein Probejahr abhalten wird. — Vom 9. September: Packete sollen in der Folge mit der Adresse des Begleitbriefes signirt werden. — Vom 23. September: Abschrift der Bekanntmachung der General=Direktion der Wittwen=Verpflegungs=Anstalt: Aufnahme=Anträge werden nur berücksichtigt, wenn sie mit den vorschrifts=mäßigen Attesten versehen im Laufe der Monate September und März eingehen. — Vom 16ten Oktober: Die jährlichen Berichte über Personal=Veränderungen sollen sich nur auf die definitiv ange=stellten Lehrer beziehen. — Vom 29. November: Vom 1. Januar 1872 ab sollen zur Frankirung der Postsendungen in Staats=Angelegenheiten die gewöhnlichen Postfreimarken benutzt werden. — Vom 30. November: Mittheilung, daß der Herr Minister sich geneigt erklärt hat, das Toobesche Grund=

stück für das Gymnasium anzukaufen, und Auftrag, mit Toobe wegen der Bedingungen zu verhandeln. Vom 7. Januar 1872: Den Direktoren der Gymnasien u. Realschulen wird die sorgfältige Einhaltung der Normal-Frequenz zur Pflicht gemacht. Zu diesem Zwecke soll nicht nur die Aufnahme neuer Schüler auf das unumgängliche Maß beschränkt, sondern auch solche Schüler, welche nach Vollendung des doppelten Klassen-Kursus die Reife zur Versetzung nicht erlangt haben, von der Anstalt entfernt werden. — Vom 17. Januar: Dem Oberlehrer Pöhlmann wird wegen seiner Augenkrankheit bis zum Schluß des Quartals der nachgesuchte Urlaub bewilligt. — Vom 22. Februar: Abschrift des Schreibens an das Kommando des hiesigen Dragoner-Regiments, worin der Kontrakt wegen Mitbenutzung des Gymnasial-Turnlokals gekündigt und die Rückstände niedergeschlagen werden. — Vom 28. Februar: Nach Königsberg sollen künftig 340 Programme geschickt werden.

C. Chronik des Gymnasiums.

Der Unterricht wurde im Sommer des vorigen Jahres geschlossen am 29. Juli und begann wieder am 7. September. Das diesjährige Winterhalbjahr schließt mit dem 22. März.

Am 1. Oktober 1871 wurde zu unserm allgemeinen Bedauern Herr Rumler nach dem Gymnasium in Gumbinnen versetzt. An seine Stelle trat Herr Schulamts-Kandidat Reuter, der hier zugleich sein Probejahr abhält.

Der Gesundheitszustand der Schüler war günstiger, als im letzten Schuljahre, doch haben wir auch diesmal den Tod von zwei hoffnungsvollen Knaben zu beklagen. Es starb am 7. Oktober 1871 der Unter-Quartaner Ludwig Mach am Nervenfieber und wurde am 11. Oktober von der Schule zu Grabe begleitet. Am 26. Februar 1872 starb der Ober-Quintaner Paul Böttcher bei seinen Eltern in Heinrichswalde an einem Brustleiden. Von den Lehrern wurde Herr Oberlehrer Pöhlmann genöthigt, zur Kur eines plötzlich hervorgetretenen bedenklichen Augenleidens um Urlaub für das erste Quartal d. J. zu bitten. Nachdem die Kur anfangs von günstigem Erfolge begleitet war, ist leider in der letzten Zeit wieder eine ungünstige Wendung der Krankheit eingetreten. Der Gesundheitszustand der übrigen Lehrer war allgemein befriedigend.

Die Temperatur war während des ganzen Winters milde, so daß der Unterricht wegen zu großer Kälte nie unterbrochen werden durfte. Am 14. September feierte die Schule, wie gewöhnlich zugleich mit den andern Schulen der Stadt, das heilige Abendmahl. Es betheiligten sich dabei von Seiten der Lehrer und ihrer Familien 33 Personen, von den Schülern 52.

Schillers Werke in 4 Bänden, ein Geschenk des Schiller-Vereins, erhielt der Ober-Primaner Rudolph Drochner.

D. Statistische Nachrichten.

a. Lehrer (s. Tabelle pag. 49).

b. Schüler.

Am Schlusse des vorigen Schuljahres den 29. Juli 1871 waren im Gymnasium 418 Schüler, in der Vorschule 71. Jetzt sind im Gymnasium 425, in der Vorschule 73.

Beim Schluß des Unterrichts	Gymnasium												Vorschule.			Sa.
	O. I.	U. Ia.	U. Ib.	O. II.	U. II.	O. III.	U. III.	O. IV.	U. IV.	V. a. b.	O. VI.	U. VI.	I.	II.	III.	
am 22. März 1872	28	23	20	33	41	49	61	41	29	50	30	20	35	17	21	498
Hiesige	11	9	15	11	18	24	34	26	15	32	13	14	24	14	18	278
Auswärtige . . .	17	13	5	21	22	24	26	15	14	17	16	6	9	3	3	211
Ausländer	—	1	—	1	1	1	1	—	—	1	1	—	2	—	—	9
Evangelische . . .	28	21	20	33	39	48	53	32	27	47	29	18	32	16	19	462
Katholische . . .	—	—	—	—	2	—	1	—	—	—	—	1	—	—	—	4
Israeliten	—	2	—	—	—	1	7	9	2	3	1	1	3	1	2	32
Unter 14 Jahren	—	—	—	—	3	10	31	35	27	48	30	20	35	17	21	277

Aufgenommen sind seit dem 29. Juli 1871 ins Gymnasium 46 (darunter 14 aus der Vorschule), abgegangen 39. In die Vorschule sind aufgenommen 18, abgegangen 16; unter diesen 14 nach dem Gymnasium.

Am 11. März wurde unter dem Vorsitze des Herrn Provinzial-Schulraths Dr. Schrader das mündliche Abiturienten-Examen abgehalten. Das Zeugniß der Reife erhielten:

Laufende №	Namen.	Lebens-Alter. Jahre.	Jahre im Gymnasium	Jahre in I.	Stand des Vaters.	Fach.	Universität.
333	Albert Blankenstein . .	21 1/2	8 1/2	2	Gutsbesitzer	Medizin	Königsberg.
334	Eduard Gensch	19	5	2	Pfarrer	Philologie	Königsberg.
335	Bernhard Heinemann †	19	5 1/2	2	Ger.-Direktor	Jura u. Cam.	Königsberg.
336	Louis Hirsch	18 1/4	7	2	Pfarrer	Medizin	Königsberg.
337	Carl Jörgens	17	4	2	Polizei-Anw.	Philologie	Königsberg.
338	Robert Klokow	21 1/2	8 1/2	3	Landsch.-Rath	Postfach	
339	Franz List	18 3/4	7	2	Gerichtsrath	Jura	Königsberg.
340	August Neiß	19	8	2	Pfarrer	Jura	Königsberg.
341	Clemens Ollesch	20	4 1/2	2	Kreis-Kassen-Rendant	Medizin	Berlin.
342	Georg Radke †	20	7	2	Gutsbesitzer	Jura u. Cam.	Leipzig.
343	Hugo Schmidt	18	9	2	Bibliothekar	Techniker	
344	Heinrich Weßkalnies . .	21 1/2	7	2 1/2	Gutsbesitzer	Jura	Königsberg.

Anm.: Die mit † Bezeichneten wurden vom mündlichen Examen entbunden.

E. Lehrapparate.

Zur Lehrerbibliothek sind als Geschenke eingegangen: Von Sr. Excellenz dem Herrn Kultus-Minister: Genesis Graece. — Anmerkungen zur griechischen Uebersetzung der Perikopen v. Prof. Dr. theol. Paul de la Garde in Göttingen. — Rheinisches Museum für Philologie Bd. XXVI. Neue Folge. — Haupt, Zeitschrift für Deutsches Alterthum. Neue Folge Bd. III. Heft III. — Von der Buchhandlung Dietrich Reimer in Berlin: Kiepert's kleiner Schulatlas. — Von der Lüderitz'schen Buchhandlung (Carl Habel): Uebungsbuch für den ersten Unterricht in der lateinischen Sprache von H. Hottenroth 6. Aufl. — Uebersicht der vaterländischen Geschichte von Dr. C. Wolff. — Von den Gebrüdern Ribbeck: Erinnerungen an C. F. G. Ribbeck, aus seinen Schriften herausgegeben von B. Ribbeck, Ober-Reg.-Rath in Berlin. — Von der Buchhandlung Franz Vahlen in Berlin: Geschichte des Deutschen Volks von Dr. D. Müller. — Von der Buchhandlung Carl Habel: Leitfaden für den geogr. Unterricht höherer Lehranstalten von H. Viehhoff 1. Lehrstufe 1. Aufl., 2. Lehrstufe 4. Aufl.

Den geehrten Gebern spricht die Schule den verbindlichsten Dank aus.

Aus eigenen Mitteln wurden angeschafft: Schmitz, Encyklopädie der neueren Sprachen. — Oncken, Staatslehre des Aristoteles. — Göll, Kulturbilder. — A. Persius, Flaccus' Satyren. — Watterich, der deutsche Name Germanen. — Teuffel, römische Literatur. — Wetzel, allgemeine Himmelskunde. — Rochau, Geschichte des deutschen Landes und Volkes. — Launitz, Geschichtswandtafeln V—VIII u. X. XII, a. b. IX, XI a.—c. — Lang, Martin Luther. — Martus, mathematische Aufgaben II. — Kohlrausch, Leitfaden der praktischen Physik. — Schell, Theorie der Bewegung. — Schellen, Elektromagnetischer Telegraph. — Leunis, Synopsis der drei Naturreiche I, II. — Lit. Centralblatt für 1871. — Neue Jahrbücher für Philologie Jahrg. 1871. — Schlömilch, Zeitschrift für Mathematik Jahrg. 1871. — Zeitschrift für deutsche Philologen III. — Petermann, geographische Mittheilungen Jahrg. 1871, Heft 1—10. — Sybel, histor. Zeitschrift Jahrg. 1871. — Zöckler, Augsburg. Konfession. — Kühnast, Hauptpunkte der livianisch. Syntax. — Stiehl, Centralblatt Jahrg. 1871. — Müller, politische Geschichte der Gegenwart II, III. — Winterfeld, Krieg 1870—71. — Zeitschrift für Gymnasialwesen Jahrg. 1871. — Naue, Formenlehre der lat. Sprache. — Altpreußische Monatsschrift Jahrg. 1871. — Beer und H., Fortschritte des Unterrichts. — Müller, Zeitschrift für Geschichte Jahrg. 1871. — Cornelius Nepos ed. Halm. — Deutsche Dichter des 16. Jahrh. III. V. — Keller und H., Horatii Flacci opera I—II. — Spiegel, Eranische Alterthumskunde. — Peschel, Probleme der vergleichenden Erdkunde. — Grimm, deutsches Wörterbuch IV. u. V. Bd. — Chasles, Geschichte der Geometrie. — Wiese, deutsche Bildungsfragen. — Briefe über Berliner Erziehung. — Philolog. Anzeiger III. Bd. — Richter, Emancipation der Schule. — Prätorius, deliciae prussicae ed. Pierson. — Schmidt, Encyclopädie des Unterrichtswesens Heft $^{77}/_{82}$. — Anthologia latina ed. Riese. — Philostrati opera ed. Kayser. — Westphal, method. Grammatik der griech. Sprache. — Ritter, Sophokles' König Oedi-

pus. — Peter, histor. roman. — Callimachea ed. Schneider. — Aeneae Commentarius Poliorceticus ed. Hayn. — Hertzberg, Feldzug der 10,000 Griechen. — Bojanowski, Geschehenes und Geschriebenes. — Baron, der Deutschen Krieg und Sieg. — Sarcey, Belagerung von Paris. — Spezialberichte des Daily=News=Korrespondenten. — Strodtmann, Alldeutschland in Frankreich hinein I—II. — Pomtow, Leben der Epaminondas. — Kritische Betrachtungen über Niederlagen der Armeen. — Mentzel, Roms Unrecht. — Sonnenburg, Krieg 1870—71. — Braun, „Während des Krieges". — Schmidt, Monodien und Wechselgesänge. — Oppenheim, Friedensglossen im Kriegsjahr. — Kayßler, „Aus dem Hauptquartier". — Klippel, Scharnhorst 3 Bde. — Hahn, Krieg Deutschlands gegen Frankreich. — Ranke, Ursprung des 7jährig. Krieges. — Potthast, Friedrich Wilhelm III. — Stauridoi, Geschichte des deutsch=französischen Krieges. — Mentzel, Geschichte des deutsch=französischen Krieges. — Roßbach, römische Hochzeits= und Ehedenkmäler. — Overbeck, griech. Kunstdenkmäler I. — Martius u. M., Elemente der Krystallographie. — Schweitzer, C. Taciti Germania. — Müllenhof, deutsche Alterthumskunde. — Catonis philosophi liber rec. Hauthal. — Sophoclis Ajax u. Oedipus v. Wolff. — Abel, Wortbildung. — Seiler, Homerlexikon. — Schellen, Maschinenlehre. — Sophoclis Ajax ed. Schneidewin.

Für die Schülerbibliothek sind pro 1871—72 angeschafft worden: F. Schmidt's Völkerbilder der alten Welt. — Fichte's Reden an die deutsche Nation. — Just. Möser's patriotische Phantasien. — Hölty's Gedichte. — Wegener's Nibelungenlied. — Wustemann, Göthe's Götz von Berlechingen. — Gervinus, Geschichte der deutsch. Dichtung I u. II. — Ad. Stahr's kleine Schriften I. — Paul Heyse's deutscher Novellenschatz. — Lieder zu Schutz und Trutz, 2 Bde. — Schirrmacher's letzte Hohenstaufen. — Scherer's Geschichte des Elsasses. — Grässe's histor. Sagenbuch des preuß. Staates. — Fechner's Geschichte des deutschen Krieges. — Wickede's Krieg 1870—1871. — Die Wacht am Rhein. — Maurer's deutsches Heldenbuch. — Hartmann's Bilder aus Westphalen. — Mädler, der Himmel. — Jäger, das Leben im Wasser. — Ule, „Aus der Natur". — Helmholtz, Faraday. — Tyndall's Wärme. — Tyndall's Schall. — Gathy's musikalisches Conversationslexikon. — Jugendschriften.

F. Unterstützungsfonds.

Für den Lehrer=Wittwen= und Waisen=Unterstützungsfonds sind seit dem 31. Juli 1871 eingegangen:

		Thl.	Sgr.	Pfg.			Thl.	Sgr.	Pfg.
						Transport	14	—	—
1	Von Frau Ferber	2	—	—	5	Von Herrn Oberlehr. Dr. Kossinna	3	—	—
2	„ Herrn Pfarrer Karpowitz .	5	—	—	6	„ „ „ Pöhlmann .	3	—	—
3	„ „ L. S.	5	—	—	7	„ „ „ Meckbach .	5	—	—
4	„ „ Ferd. Barth	2	—	—					
	Latus	14	—	—		Latus	25	—	—

		Thl.	Sgr.	Pf.			Thl.	Sgr.	Pf.
	Transport	25	—	—		**Transport**	52	—	—
8	Von Herrn Oberlehrer Schiekopp .	3	—	—	17	Von Hrn. Buchhändl. Schubert & Seidel	37	25	6
9	" " Gymn.-Lehrer Skrodzki .	3	—	—	18	" " Wehmeyer	5	7	10
10	" " Dr. Fischer . .	3	—	—	19	" " Buchhändler Lösch	3	18	3
11	" " " Hecht	3	—	—	20	" " Superintendenten Behr	2	—	—
12	" " " Milinowski . .	3	—	—	21	" " Oberlehrer Heydenreich	1	—	—
13	" " " Plew	3	—	—	22	" " Pred.-A.-C. Heydenreich .	1	—	—
14	" " " Kownatzki . . .	3	—	—	23	" " Gutsbesitzer Schawaller in Derschkehmen . . .	2	—	—
15	" " " Rehberg . . .	3	—	—	24	" " Pfarrer Gamradt . . .	2	—	—
16	" " " Hahn	3	—	—	25	" " Fabian	25	—	—
	Latus	52	—	—		**Summa**	131	21	7

Im Laufe des vorigen Jahres sind von den Zinsen der im letzten Programm angegebenen Kapitalien, und den außerordentlichen Einnahmen wieder 400 Thlr. Kreisobligationen angekauft worden, so daß das ganze Kapital jetzt aus 1600 Thlr., hypothekarisch angelegt, 1200 Thlr. Kreisobligationen, einer Tilsiter Stadtobligation à 50 Thlr. und 31 Thlr. 23 Sgr. 9 Pf. baar besteht. Dasselbe wird mit der Gymnasial-Kasse unter Einn.-Tit. II. B. und Ausgabe-Tit. VII. C. berechnet. Die oben angegebenen Einnahmen werden zum Bestande zugeschlagen und zum Ankauf einer neuen Kreisobligation verwandt werden.

Den geehrten Gebern spreche ich meinen verbindlichsten Dank aus.

Zum Schüler-Stipendienfonds sind seit dem 31. Juli v. J. eingegangen: von O.-I. 3 Thlr. 22 Sgr. 6 Pf., von U.-I. 5 Thlr. 17 Sgr., von O.-II. 5 Thlr. 26 Sgr. 6 Pf., von U.-II. 6 Thlr. 6 Sgr. 6 Pf., von O.-III. 7 Thlr., von U.-III. 8 Thlr. 26 Sgr., von O.-IV. 6 Thlr. 3 Sgr., von U.-IV. 4 Thlr. 3 Sgr., von V. 8 Thlr. 20 Sgr. 6 Pf., von O.-VI. 2 Thlr. 14 Sgr. 6 Pf., von U.-VI. 2 Thlr. 24 Sgr. 9 Pf., von den Schülern der Vorschule 5 Thlr. 9 Sgr. 3 Pf., im Ganzen 66 Thlr. 1 Sgr. 5 Pf.

Das Stipendium von 100 Thlr. haben die Studiosen Richter und Frick zu gleichen Theilen bezogen. Das ganze Kapital besteht jetzt aus 1400 Thlr., auf Hypothek angelegt, 1100 Thlr. Kreisobligationen und Bundesanleihe, und 19 Thlr. 29 Sgr. 1 Pf. baar.

Verzeichniß der Schüler im letzten Tertial.

Ober-Prima.

1. Robert Klokow aus Karzewischken.
2. Heinrich Weschkalnies a. Ußbördßen.
3. Louis Hirsch aus Budwethen.
4. Eduard Gensch aus Tilsit.
5. Georg Radke aus Barsduhnen.
6. Bernhard Heinemann aus Tilsit.
7. Michael Taruttis aus Plaschken.
8. Carl Jörgens aus Wischwill.
9. Franz List aus Tilsit.
10. Albert Blankenstein aus Ragnit.
11. August Neiß aus Kaukehmen.
12. Arthur Redetzky aus Tilsit.
13. Clemens Ollesch aus Tilsit.
14. Hugo Schmidt aus Tilsit.

15. August Vorbstädt aus Gumbinnen.
16. Otto Weiß aus Perwalkischken.
17. Hugo Naujoks aus Tilsit.
18. Rudolph Schupp aus Tilsit.
19. Hermann Schulz II. a. Leitwarren-Lessen.
20. Emil Kraft aus Schirwindt.
21. Robert Hitzigrath aus Plaschken.
22. Rudolph Drochner aus Pelleninken.
23. Hugo Neumann aus Pillkallen.
24. Christoph Jurkschat a. Galbrasten.
25. Georg Schulz I. aus Tilsit.
26. Julius Herrendörfer aus Tilsit.
27. Albert Müller aus Kummetschen.
28. Otto Ellinger aus Tilsit.

Unter-Prima A.

1. Louis Stern aus Tilsit.
2. Hermann Anbuhl aus Tollmingkehmen.
3. Christlieb Sturies a. Mallwischken.
4. Blücher Vorbstädt aus Dawidehlen.
5. Horst von Lyncker aus Tilsit.
6. Arthur Millauer aus Tilsit.
7. Ludwig Lemke aus Tilsit.
8. Carl Wagner aus Schnecken.
9. Georg Petersen aus Tilsit.
10. Georg Hoffheinz aus Werden.
11. Oscar Regling aus Schorellen.
12. Max Ostermeyer aus Heydekrug.
13. Hermann Löffke aus Pillkallen.
14. Oscar Born a. Neuhof-Kuckerneese.
15. Carl Brämer aus Tilsit.
16. Rudolph Barth aus Tilsit.
17. Paul Scheer aus Catrinigkeiten.
18. Otto Krantz aus Tilsit.
19. Otto Nesslinger aus Czjunken.
20. Albert Kröhnke aus Szirgupönen.
21. Robert Lehmann aus Schakuhnen.
22. Eduard Bluhm aus Tauroggen.
23. Felix Fürstenberg aus Tilsit.

Unter-Prima B.

1. Waldemar Köhler a. Heinrichswalde.
2. Franz Kröker aus Tilsit.
3. Paul Mex aus Tilsit.
4. Ernst Wahrendorff aus Tilsit.
5. Hugo Kantermann aus Tilsit.
6. Max Herrmann aus Tilsit.
7. Walther Stern aus Tilsit.
8. Max v. Lyncker aus Tilsit.
9. Joseph Lenertat aus Budupönen.
10. Richard Kossinna aus Tilsit.
11. Carl Brinkmann aus Karkeln.
12. Louis Busch aus Birkenstrauch.
13. Gustav Bluhm aus Tilsit.
14. Albert Matthes aus Tilsit.
15. Richard Wilimzig aus Tilsit.
16. Rudolph Immel aus Kamanthen.
17. Louis Jagomast aus Tilsit.
18. Max Bendig aus Tilsit.
19. Hugo Dippe aus Tilsit.
20. Hugo Rosenfeld aus Tilsit.

Ober-Secunda.

1. Franz Lardon aus Neukirch.
2. Franz Eicke aus Schirwindt.
3. Carl Essert aus Mehlauken.
4. Paul Mertins aus Tilsit.
5. Richard Hohmann aus Tilsit.
6. Henry Settegast aus Tilsit.
7. Julius Josuweit aus Lubinehlen.
8. Ernst Laser aus Calbassen.
9. Bernhard Preick aus Karkeln.
10. Otto Schulz aus Ziegelberg.
11. Paul Prange aus Kaukehmen.
12. Robert Hasford aus Pojewon in Polen.
13. Wilhelm Diekmann aus Kinten.
14. Willy Regling aus Schorellen.
15. Arthur Droese aus Tilsit.
16. Richard Rohde aus Labiau.
17. Paul Bergenroth aus Tilsit.
18. Richard Muttray aus Tilsit.
19. Hugo Selchow aus Grüneberg.
20. Franz Bentzki aus Degehnen.
21. Otto John aus Tilsit.
22. Casimir Kuwert aus Kaukehmen.
23. Max Paga aus Tilsit.
24. Ernst Post aus Tilsit.
25. Richard Blankenstein aus Ragnit.
26. Walther Radtke aus Barsduhnen.
27. Eugen Mack aus Pillkallen.
28. Paul Schuster aus Tilsit.
29. Fritz Makrocki aus Tilsit.
30. Elimar Sylla aus Tilsit.
31. Johannes Weschkalnies aus Ußbördßen.
32. Hermann Urbat aus Alganischken.
33. Kurt Häbler aus Sommerau.

Unter-Secunda.

1. Benno Millauer aus Tilsit.
2. Fritz Schulz aus Tilsit.
3. Hermann Möller I. aus Margen.
4. Louis Möller II. aus Margen.
5. Emil Wisotzky aus Tilsit.
6. Hugo Schilling II. aus Tilsit.
7. Fritz Michalowsky aus Löbau.
8. Felix Schmalz aus Kussen.
9. Gustav Bauer aus Coadjuthen.
10. Paul Seidenberg aus Tilsit.
11. Theodor Buscke aus Tilsit.
12. Fritz Atzpodien aus Tilsit.
13. Eduard Ritter aus Wolfswinkel.
14. Bernhard Albath aus Ragaischen.
15. Franz Horn aus Naussseden.
16. August Regling aus Schorellen.
17. Gustav Kretzer aus Tilsit.
18. Louis Schilling aus Tilsit.
19. Eugen Loß aus Tilsit.
20. Hermann Kluth aus Mehlsack.
21. Johannes Andußis aus Culmen-Laugallen.
22. Gustav Herford aus Szillen.
23. Franz Saffran a. Obelia i. Rußland.
24. Georg Zieser aus Kiauten.
25. Walther Schmidtke aus Reipen.
26. Hermann Grajecky aus Insterburg.
27. Carl Fischer aus Tilsit.
28. Ernst Osterroth aus Eichen.
29. Julius Görke aus Joneikischken.
30. Walther Schupp aus Tilsit.
31. Otto Koch aus Tilsit.
32. Fritz Müller II. a. Kummetschen.
33. Ernst Reiß aus Kaukehmen.
34. Franz Chales aus Tilsit.
35. Carl Lardon aus Kaukehmen.
36. David Taruttis aus Plaschken.
37. August Kurschat aus Dittauen.
38. Emil Müller I. aus Kummetschen.
39. Fritz Reisch II. aus Tilsit.
40. Arthur Lotto aus Tilsit.
41. Alfred Ebner aus Tilsit.
42. Hermann Reisch I. aus Tilsit.

Ober-Tertia.

1. Christoph Raudßus aus Schudledimmen.
2. Benjamin Sturmat aus Lindicken.
3. Gustav Kossinna aus Tilsit.
4. Hans Teubner aus Tilsit.
5. Max Schimmelpfennig aus Tilsit.
6. Ernst Schenck II. aus Tilsit.
7. Hermann Mallwitz aus Schmaleninken.
8. Hermann Bluhm a. Georgenburg in Rußland.
9. Richard Preuß aus Tilsit.
10. Max Scherwinski aus Tilsit.
11. Hermann Sell aus Tilsit.
12. Heinrich Schmidt I. aus Tilsit.
13. Wilhelm Greiffenberger a. Pillkallen.
14. Albert Weßkalnys I. aus Snappen.
15. August Behrendt aus Gassen.
16. Arthur Deutschbein a. Stallupönen.
17. Alexander Nebel aus Gilkendorf.
18. Julius Bodky aus Berlin.
19. Hermann Ungefug aus Tilsit.
20. Richard Paga aus Tilsit.
21. Eugen Uhse II. aus Pillkallen.
22. Paul Just aus Kaukehmen.
23. Alfred Michalowski aus Löbau.
24. Hermann Engelhardt aus Tilsit.
25. Karl Mittelstädt aus Endrußen.
26. Gustav Dressler aus Tilsit.
27. Carl Gassner aus Bartukeiten.
28. Benno Mex aus Tilsit.
29. Adolf Kohnert aus Tilsit.
30. Adolf Jörgens aus Tilsit.
31. Louis Clemens aus Neukirch.
32. Franz Klokow aus Karzewischken.
33. Hugo Wenskat aus Tilsit.
34. Gustav Dippe aus Tilsit.
35. Bruno Spangehl aus Pokracken.
36. Hermann Brozehl a. Augstwilken.
37. Carl Ferber aus Tilsit.
38. Alfred Schenck I. aus Tilsit.
39. Joseph Laubschat aus Gr.-Wersmeningken.

40. Adolf Schmidt aus Tilsit.
41. Gustav Mauer aus Tilsit.
42. Hans Prellwitz aus Tilsit.
43. Walther Uhse I. aus Pillkallen.
44. Ludwig Buscke aus Tilsit-Preußen.
45. Ferdinand Krieger aus Tilsit.
46. Arno de la Chaux aus Tilsit.
47. Adolf Heidenreich aus Lasdinehlen.
48. Herm. Weßkalnys II. a. Snappen.
49. Richard Voigdt aus Kutzen.

Unter-Tertia.

1. Ernst Kirchberg aus Tilsit.
2. Meyer Friedeberg aus Tilsit.
3. Georg Voltz aus Tilsit.
4. Max Eggert aus Tilsit.
5. Moritz Liebeschütz II. aus Tilsit.
6. Oscar Petrowski aus Tilsit.
7. Franz Settegast aus Tilsit.
8. Julius Liebeschütz I. aus Tilsit
9. Hermann Gudath aus Plaschken.
10. William Gensch aus Tilsit.
11. Ernst Streichert aus Tilsit.
12. Adolph Raue aus Löbau.
13. August Schwarz aus Neukirch.
14. Theodor Herrendörfer aus Tilsit.
15. William Lebegott aus Tilsit.
16. Richard Haußmann aus Tilsit.
17. Fritz Wander aus Karlberg.
18. Ernst Busch aus Birkenstrauch.
19. Hugo Stengel II. aus Szabienen.
20. Arwed de la Chaux aus Tilsit.
21. August Rostkat a. Tilsit-Preußen.
22. Otto Petschull aus Skaisgirren.
23. Richard Haase aus Tilsit.
24. Aenderly Lebius aus Tilsit.
25. Hugo Krantz aus Tilsit.
26. Hermann Wächter aus Tilsit.
27. Wilhelm Schlenther II. a. Baubeln.
28. Max Liebscher aus Tilsit.
29. Ernst Stengel I. aus Angerapp.
30. Max Schmalz aus Tilsit.
31. Ernst Barkowsky aus Killucken.
32. Hans Engelke aus Tilsit.
33. Richard Fleischer aus Tilsit.
34. Walther Mach aus Tilsit.
35. Curt Ungefug aus Tilsit.
36. Franz Neßlinger aus Cziunken.
37. Gustav Putzien aus Jogauden.
38. Franz Stulgies aus Tilsit.
39. Georg Schlenther aus Pakamonen.
40. Ernst Schäling aus Szieleitschen.
41. Otto Lion aus Coadjuthen.
42. Gust. Biensfeldt a. Szameitkehmen.
43. Georg Ungefug aus Darkehmen.
44. Werner Uhse aus Pillkallen.
45. Hugo Hasford aus Posewon in Polen.
46. Georg Franck aus Tilsit.
47. Fritz Reitmeyer aus Tilsit.
48. Eugen Scheffler aus Tilsit.
49. Georg Sabrowsky aus Karkeln.
50. Gustav Holstein a. Selseningken.
51. Joseph Riedelsberger aus Henskischken.
52. Bertram Clösser aus Tilsit.
53. Theodor Löwenberg aus Tilsit.
54. Kurt v. Wenckstern aus Tilsit.
55. Hermann Kreth aus Göritten.
56. Arthur Selz aus Joneiten.
57. Hermann Hurwitz aus Schirwindt.
58. Max Paulini aus Ueber-Memel.
59. Franz Bartschat aus Tilsit.
60. John Liebeschütz III. aus Tilsit.
61. Fritz Radke aus Barsduhnen.

Ober-Quarta.

1. Max Cohn I. aus Tilsit.
2. Richard Brusdeylins a. Drawöhnen.
3. Max Reich aus Tilsit.
4. Martin Barkowsky aus Killucken.
5. Gustav Wöhlke aus Tilsit.
6. Ernst Voß aus Tilsit.
7. Robert Mittelstädt aus Endrußen.
8. Leopold Stern aus Tilsit.
9. Julius Apstein aus Tilsit.
10. Louis Rostkat aus Tilsit-Preußen.
11. Fritz Schrader aus Ruß.
12. Louis Trapp aus Königsberg.
13. Ernst Conrad aus Tilsit.
14. Gustav Rhode aus Grabowen.
15. Hans Kreth aus Göritten.
16. Paul Rosenberg aus Tilsit.
17. Max Dorn aus Tilsit.
18. Richard Brämer aus Kallkappen.
19. Max Hirschfeld aus Kaukehmen.
20. Hans Gamradt aus Enzuhnen.
21. Alfred Holzt aus Tilsit.
22. Curt Kob aus Wallenthal.
23. Curt Nagel aus Tilsit.
24. Hermann Cohn II. aus Tilsit.
25. Siegfried Weinberg aus Tilsit.
26. Emil Decomin aus Tilsit.
27. Ernst Lepehne II. aus Labiau.
28. Ernst Marcus aus Tilsit.
29. Richard Zimmermann aus Tilsit.
30. Robert Hurwitz aus Schirwindt.
31. Otto Schmidt I. aus Tilsit
32. Fritz Reimer aus Schilleninken.
33. Jean Lepehne I. aus Mehlauken.
34. Karl Schmitt II. aus Tilsit.
35. Fritz Engelhardt aus Tilsit.
36. Max Scherwinsky aus Tilsit.
37. Adolph Richter aus Tilsit.
38. Ehrich Schuster II. aus Tilsit.
39. Bernhard Westphal aus Tilsit.
40. Carl Schuster I. aus Tilsit.
41. John Kaapke aus Meschken.

Unter-Quarta.

1. Richard Schwede aus Lumpönen.
2. Wilhelm Stengel aus Popelken.
3. Albert Jacoby aus Tilsit.
4. Oscar Lehmann aus Tilsit.
5. Gustav Jedinat aus Kloken.
6. Richard Habedank aus Tilsit.
7. Jacob Wasbutzky aus Tilsit.
8. Adolph Schlenther a. Kerstupönen.
9. Fritz Brämer aus Tilsit.
10. Gustav Paulini aus Ueber-Memel.
11. Hermann Conrad aus Tilsit.
12. Fritz Gerlach aus Tilsit.
13. Edwin Edelhoff a. Heinrichswalde.
14. Eugen Greiff aus Tilsit.
15. Wilhelm Abomeit aus Lasdehnen.
16. Adolf Klaudat aus Tulpeninken.
17. Jean Stillger aus Bogdahnen.
18. Wilhelm Wartig aus Kraupischken.
19. Emil Hellwich aus Tilsit.
20. Walther Jordan aus Kaukehmen.
21. Georg Peteaux aus Tilsit.
22. Albert Nesslinger aus Cziunken.
23. Ernst Rauschning aus Tilsit.
24. Bernhard Schmitt aus Heydekrug.
25. Hugo Friese aus Tilsit.
26. Heinrich Krantz aus Tilsit.
27. Otto Reiß aus Kaukehmen.
28. Arthur Goldbach aus Tilsit.
29. Julius Reitmeyer aus Tilsit.

Ober-Quinta.

1. Franz Rademacher aus Winge.
2. Paul Böttcher aus Heinrichswalde.
3. Emil Klotz aus Tilsit.
4. George Jutzas aus Saussenningken.
5. Robert Tudlien aus Tilsit.
6. Otto Dirwehlis aus Schönhoff.
7. Carl Haushalter aus Tilsit.
8. Johannes Jäger aus Tilsit.
9. Martin Jordan aus Kaukehmen.
10. Richard Reimer aus Tilsit.
11. Gustav Jäger aus Tilsit.
12. Heinrich Schwarz aus Labiau.
13. Horst Schuster aus Tilsit.
14. Ernst Reimer aus Tilsit.
15. Georg Weiss aus Tilsit.
16. Hermann Schenk aus Tilsit.
17. Max Hensel aus Tilsit.
18. Ernst Gerlach aus Tilsit.
19. Wilhelm Wiegandt aus Tilsit.
20. Joseph Haase aus Tilsit.
21. Eugen Prellwitz aus Tilsit.
22. Andreas Hofer aus Lengwethen.
23. Julius Hoffmann a. Schanzenkrug.
24. Richard Schwelnus aus Brüsterort.
25. Otto Zerrath aus Budehlischken.

Unter-Quinta.

1. Felix Schiekopp aus Tilsit.
2. Richard Lebius aus Tilsit.
3. Hugo Bernstein a. Russ. Georgenburg.
4. Otto Kuwert aus Kaukehmen.
5. Max Schulz aus Ziegelberg.
6. Ernst Engel aus Tilsit.
7. Max Höler aus Tilsit.
8. Paul Friese aus Tilsit.
9. Fritz Meisner aus Tilsit.

10. Richard Jäger aus Tilsit.
11. Achilles Platz aus Barten.
12. George Gnabs aus Berlin.
13. Emil Festerling aus Tilsit.
14. Arthur Paulini a. Alt-Jecksterken.
15. Hermann Schlenther aus Packamonen.
16. Oscar Abomßent aus Kaukehmen.
17. Wilhelm Bartschat aus Tilsit.
18. Ernst Nagel aus Tilsit.
19. Colmar Frischmuth aus Tilsit.
20. Dittmar Maretzky aus Tilsit.
21. Oscar Lenz aus Tilsit.
22. Franz Haushalter aus Tilsit.
23. Paul Bulbeck aus Tilsit.
24. Moritz Karpes aus Ruß.
25. Louis Donsée aus Tilsit.
26. Louis Reitmeyer aus Tilsit.

Ober-Sexta.

1. Carl Müller aus Kummetschen.
2. Adolph Möller aus Gr.-Gerhardswalde.
3. Franz Fischer aus Tilsit.
4. Adalbert Großjörge aus Culmen-Kulken.
5. George Macrocki aus Tilsit.
6. Emil Günther aus Tilsit.
7. Max Reimer aus Szillen.
8. Eduard Kleinert aus Saratow in Rußland.
9. Fritz Dröse aus Tilsit.
10. Ernst Goldbach aus Tilsit.
11. Richard Geiger aus Tilsit.
12. Richard Rademacher a. Kaukwethen.
13. Max Goldbach aus Tilsit.
14. Gustav Hensel aus Tilsit.
15. Richard Häse aus Tilsit.
16. Paul Muttray aus Tilsit.
17. Franz Perl aus Katzenfang.
18. Hugo Käswurm aus Ballgarden.
19. Carl Buscke aus Tilsit.
20. Harry Hartog aus Labiau.
21. Louis Wittenberg aus Tilsit.
22. Hugo Gnabs aus Berlin.
23. Heinrich Gennies aus Stollbeck.
24. Carl Ancker aus Pleinlaucken.
25. Arthur Hartog aus Labiau.
26. Reinhold Mogk aus Tilsit.
27. Max Josupeit aus Tilsit.
28. Hermann Nesslinger aus Cziunken.
29. Hermann Krantz aus Lenkonischken.
30. Otto Boy aus Szillen.

Unter-Sexta.

1. Ernst Teubner aus Tilsit.
2. Ernst Meckbach aus Tilsit.
3. Walther Gerlach aus Tilsit.
4. Curt Schlenther aus Kerstupönen.
5. Friedr. Penschuck a. Schakeningken.
6. David Kairies aus Prussellen.
7. Max v. Hauenschild aus Tilsit.
8. Carl Apstein aus Tilsit.
9. Ernst Suffert aus Tilsit.
10. Fritz Hogrefe aus Tilsit.
11. Ernst Budwech aus Jedwilleiten.
12. Egon Müller aus Wießen.
13. Heinrich Wander aus Karlberg.
14. Hugo Stern aus Tilsit.
15. Max Müller aus Tilsit.
16. Paul Rahm aus Polompen.
17. Paul Kiesewetter aus Tilsit.
18. Emil Behrendt aus Tilsit.
19. Paul Dröse aus Tilsit.
20. Eugen Görke aus Tilsit.

Vorbereitungsschule.

1. Klasse.

1. Anton Denzer aus Tilsit.
2. Wilhelm Schmitt aus Heydekrug.
3. Reinhard Schmitt aus Heydekrug.
4. Richard Bauer aus Tilsit.
5. Walther Lebius aus Tilsit.
6. Ewald Griegoleit aus Baltruschkehmen.
7. Bernhard Liebscher aus Tilsit.
8. Alfred Klotz aus Tilsit.
9. Florian Schlenther a. Pakamonen.
10. Emil Schütz aus Tilsit.
11. Raphael Friedeberg aus Tilsit.
12. Conr. Schawaller a. Dörschkehmen.
13. Oscar Jäger aus Tilsit.
14. Walther Wenskat aus Tilsit.
15. Alfred Dürholz aus Kowno.
16. Paul Taudies aus Tilsit.
17. Richard Josupeit aus Tilsit.
18. Louis Sklower aus Tilsit.
19. Richard Goldbach aus Tilsit.
20. Erich Mogk aus Tilsit.
21. Walther Rhode aus Grabowen.
22. Henry Glaser aus London.
23. Otto Dickhäuser aus Kuckerneese.
24. Curt Fischer aus Tilsit.
25. Fritz Ehleben aus Tilsit.
26. Max Wiener aus Tilsit.
27. Alfred Röring aus Tilsit.
28. Louis Wisotzki aus Ruß.
29. Franz Taubenschmidt aus Tilsit.
30. Wilhelm Lentz aus Tilsit.
31. Carl Rösler aus Tilsit.
32. Louis Paulini aus Alt-Jeckstерken.
33. Walther Prellwitz aus Tilsit.
34. Richard Hensel aus Tilsit.
35. Robert Lange aus Tilsit.

2. Klasse.

1. Emil Pichler aus Wickbold.
2. Albert Pichler aus Wickbold.
3. Benno Häse aus Tilsit.
4. George Suffert aus Tilsit.
5. Max Urbahn aus Tilsit.
6. Theophil Meyer aus Tilsit.
7. Hans Wachhausen aus Tilsit.
8. Paul Falke aus Tilsit.
9. Hans v. Polentz aus Tilsit.
10. Otto Regling aus Schorellen.
11. Ferdinand Cämmerer aus Tilsit.
12. Eugen Paulini aus Ueber-Memel.
13. John Lessing aus Tilsit.
14. Fritz Meckbach aus Tilsit.
15. Ernst Kiesewetter aus Tilsit.
16. Emil Frank aus Tilsit.
17. Franz Krah aus Tilsit.

3. Klasse.

1. Paul Lehmann aus Tilsit.
2. Carl Nawrath aus Königsberg.
3. Richard Häckel aus Tilsit.
4. Max Nesslinger aus Cziunken.
5. Carl Weichert aus Tilsit.
6. Richard Eigner aus Szurellen.
7. Max Wasbutzki aus Tilsit.
8. Gotthold Weicker aus Tilsit.
9. Paul Jantzon aus Tilsit.
10. Rudolph Donath aus Tilsit.
11. Otto Schmidt aus Tilsit.
12. Wilhelm Wachhausen aus Tilsit.
13. Paul Hundrieser aus Tilsit.
14. John Stern aus Tilsit.
15. Richard Liebscher aus Tilsit.
16. Franz Richter aus Tilsit.
17. Franz Westphal aus Tilsit.
18. Bernhard Weicker aus Tilsit.
19. Hermann Stumm aus Tilsit.
20. Arthur Bauer aus Tilsit.
21. Paul Heinrich aus Tilsit.

Tabellarische

Tabellarische Uebersicht der unter die einzelnen Lehrer vertheilten Lectionen
seit dem 7. September 1871.

Namen der Lehrer.	Gymnasium. O. I.	U. I.	A. u. B.	O. II.	U. II.	O. III.	U. III.	O. IV.	U. IV.	O. V. u. U. V.	O. VI.	U. VI.	Vorschule. I.	II.	III.	Summe der wöchentl. Stunden
1) Prof. **Fabian**, Direktor, Ordinarius v. O. I.	2 Horaz	8 Latein				2 Homer	1 Singen I.—VI.									13
2) Dr. **Kossinna**, 1. Oberl., Ordin. v. U. III.	6 Griech.					2 Gesch. 2 Geogr.	8 Latein									18
3) **Pöhlmann**, 2. Oberlehrer, Ordin. v. U. I. a. u. b.	6 Latein	6 Griech.	8 Latein	2 Virgil												22
4) **Meckbach**, 3. Oberl., Ordin. v. O. II.			6 Griech.	2 Homer 2 Dtsch. 8 Latein	2 Virgil				3 Math.							23
5) **Schiekopp**, 4. Oberlehrer.	2 Relig.	2 Relig. 2 Hebräisch	2 Relig.	2 Relig. 2 Hebräisch	2 Relig. 2 Dtsch.	2 Relig.	2 Relig.	2 Relig.								22
6) **Skrodzki**, 1. ordentlicher Lehrer, Ordin. v. U. II.	3 Dtsch.	2 Dtsch. 1 Deutsch	2 Dtsch.		8 Latein.	6 Latein.										22
7) Dr. **Fischer**, 2. ordentlicher Lehrer, Ordin. v. O. III.	2 Franz. 3 Gesch. Geogr.	2 Franz. 3 Gesch. Geogr.	2 Franz.	2 Franz. 3 Gesch. Geogr.	2 Franz. 3 Gesch. Geogr.	2 Franz.										24
8) **Hecht**, 3. ordentlicher Lehrer,				4 Griech.	6 Griech.	4 Griech. 4 Latein	4 Gesch. Geogr.									22
9) **Milinowski**, 4. ordentlicher Lehrer.	4 Math. 2 Phys.	4 Math. 2 Physik.		4 Math. 1 Phys.	4 Math. 1 Phys.											22
10) **Plew**, 5. ordentlicher Lehrer, Ordin. v. O. IV.							2 Franz. 6 Griech. 2 Ovid 2 Dtsch.	8 Latein			2 Geographie.					22
11) **Hahn**, 6. ordentlicher Lehrer, Ordin. v. O. VI.						2 Dtsch.		2 Dtsch. 6 Griech. 3 Gesch. Geogr.			7 Latein	2 Latein				22
12) **Kownatzki**, 7. ordentlicher Lehrer, Ordin. v. U. IV.								2 Franz.	6 Griech. 10 Latein 2 Dtsch.	2 Geographie.						22
13) **Gisevius**, ord. Lehrer u. Pauper-Insp.	4 Littauisch I.—IV.								2 Relig.	3 Bibl. Gesch.	3 Bibl. Gesch.	6 Latein	3 Bibl. Gesch.			21
14) **Rehberg**, Schreib- u. Zeichenlehrer.	2 Zeichnen I.—III.					2 Schreiben III.—IV.		2 Zeichn.	2 Zeichn.	2 Zeichnen 2 Schreiben	2 Zeichn. 2 Schreib 2 Schreiben	2 Schreib	4 Schreiben			24
15) **Collin**, Cantor u. Gesanglehrer.	2 Singen I.—VI.						2 Singen III. u. IV.			2 Singen	2 Singen					8
16) Dr. **Haase**, Probe-Kandidat und 1. wissensch. Hilfslehrer.								2 Phädr.	1 Geogr. 2 Franz. 2 Gesch.	2 Deutsch 2 Französisch 10 Latein						21
17) **Reuter**, Probe-Kandidat und 2. wissenschaftl. Hilfslehrer.			4 Math.			4 Math.	4 Math.	3 Math.		4 Rechnen 2 Naturbeschr.	2 Naturbeschr.					23
18) **Kleinschmidt**, 1. Lehrer der Vorschule, Ordin. v. U. VI. u. V.-S. I.											4 Deutsch 4 Rechnen	2 Dtsch.	6 Lesen 4 Rechnen 4 Deutsch 2 Ansch. 1 Singen			27
19) **Tolckmitt**, 2. Lehrer der Vorschule u. Ordin. v. II. u. III.														3 Relig. 6 Lesen 4 Rechnen 1 Anschng. 2 Deutsch	2 Relig. 6 Lautiren 4 Rechnen 4 Schreiben	32

Anm.: Die oben angegebene Vertheilung der Lectionen gilt nur für September bis Ende Dezember 1871. Im I. Quartal 1872 mußten wegen der Vertretung des Oberlehrers Pöhlmann durch die Lehrer mehrere Veränderungen bei der Vertheilung der Lectionen vorgenommen werden.

Uebersicht

der

Prüfung u. der Versuche im mündlichen Vortrage

und im vierstimmigen Gesange.

Donnerstag den 21. März Vormittag von 8—1 Uhr.

Choral.

Vorschule III. **Buchstabiren** und **Lesen** Tolckmitt. III. **Rechnen** . . . Tolckmitt.
II. **Lesen** . . . . Tolckmitt. **Rechnen** . . . Tolckmitt.
I. **Deutsch** . . . . Kleinschmidt. I. u. II. **Singen** . . Kleinschmidt.

Rudolph Donath: Der angehende Schüler. — Paul Falke: Der Jäger und der Fuchs. — Hans Wachhausen: Der Faule. — Richard Bauer: Der Knabe und die Datteln. — Anton Denzer: Der Rabe und der Fuchs.

Gymnasium: O. u. U. VI. **Rechnen** Kleinschmidt. O. u. U. VI. **Naturbeschreibung** Reuter.
V. AB. **Latein** . . Haase. V. AB. **Geographie** . . . . . Kownatzki.
U. IV. **Geschichte** Haase. U. IV. **Latein** . . . . Kownatzki.
O. IV. **Geogr.** . . Hahn. O. IV. **Mathematik** . . . . . Reuter.
U. III. **Griechisch** . Plew. U. III. **Religion** . . . . Schiekopp.
O. III. **Französisch** Fischer. O. III. **Deutsch** . . . . Hahn.

Friedrich Penschuck: Die Finger. — Paul Kiesewetter: Der Reisende. — Emil Günther: Die Zwerge. — Richard Häse: Die Freunde. — Johannes Jäger: Germanikus im Teutoburger Walde. — Louis Trapp: Viatores et latro. — Gustav Gedinat: Die Eichensaat. — Fritz Gerlach: Otto I. und Heinrich. — Alfred Holzt: Der deutsche Ritter. — Ernst Marcus: Hans Euler. — Bertram Elösser: Das Singenthal. — Julius Liebschütz: Sommerabend auf Kloster Lorch. — August Rosikat: Odyss. II, 1—23. — William Lebegott: Ovid. III, 1—23. — Ernst Streichert: Loreley. — Werner Uhse: Das Glück von Edenhall. — Richard Voigdt: Der Blumen Rache. — Max Schimmelpfennig: Odyss. 16, 418—439. — Julius Bodky: Le Nid.

Gesang: Chor von Rinck: „Der Einzige, der Allen Alles ist.“ Chor von Mühling: „Die Ehre des Herrn ist ewig“.

Donnerstag Nachmittag von 3 bis 5½ Uhr.

U. II. **Mathematik** . . . Milinowski. U. II. **Latein** . . . . . Skrodzki.
O. II. **Religion** . . . . . Schiekopp. O. II. **Latein** . . . . . Meckbach.
U. I. A. B. **Geschichte** . . Fischer. U. I. A. B. **Homer** . . Meckbach.

Der Unterprimaner Georg Peters spricht französisch über das Thema: Prise de Jérusalem par les Croisés (e. A.).

O. I. **Griechisch** . . . . . Kossinna. O. I. **Horaz** . . . . . Fabian.

Der Oberprimaner Hermann Schultz spricht lateinisch über das Thema: Horatium esse optimum patriae amoris magistrum.

Der Oberprimaner Julius Herrendörfer beantwortet die Frage: Welche Menschen verdienen den Ehrennamen — Wohlthäter der Menschheit?

Gesang mit Instrumental-Begleitung.

Chöre aus Mozart's **Requiem: „Dies irae. — Rex tremendae majestatis. — Confutatis maledictis. — Lacrimosa dies illa. — Sanctus Dominus cum Osanna in excelsis.“**

Choral.

Freitag den 22. März Vormittag 11 Uhr.

Choral u. Gebet.

Festrede: Herr Oberlehrer Schiekopp.

Gesang: **„Salvum fac regem Domine."**

Dann deklamiren:

Gotthold Weicker	(V.-S. III.):	Der Storch und die Kinder.
Max Wasbutzki	(V.-S. III.):	Gelübde.
Eugen Paulini	(V.-S. II.):	Das Kunststück.
Raphael Friedberg	(V.-S. I.):	Deutschland hoch!
Louis Sklower	(V.-S. I.):	Der alte Fritz auf Sanssouci.
Ernst Teubner	(U. VI.):	Der reichste Fürst.
Max Müller	(U. VI.):	Belle Alliance.
Max Josupeit	(O. VI.):	Ziethen.
Paul Muttray	(O. VI.):	Marschall Derfflinger.
Carl Haushalter	(V.):	Ein Heldentod.
Heinrich Schwarz	(V.):	Gott mit uns.
Hermann Schenck	(V.):	Dem Könige Wilhelm.
Hugo Friese	(U. IV.):	Die Leipziger Schlacht.
Richard Brämer	(O. IV.):	Der Husar.
Max Dorn	(O. IV.):	Landwehrlied.
Kurt Nagel	(O. IV.):	Emanuel Froben.
Richard Hausmann	(U. III.):	Deutschlands Wächter.
Theodor Herrendörfer	(U. III.):	Der Ulan.
Richard Haase	(U. III.):	Die Straßburger Tanne.
Ernst Schmitt	(O. III.):	Kaiser von Deutschland.

Der Unterprimaner Georg Hoffheinz spricht über die Weihe, welche die Poesie den deutschen Freiheitskriegen gegeben habe.

Lebehoch.

Heil Dir im Siegerkranz.

Heil Dir im Siegerkranz,
Herrscher des Vaterlands,
Heil, König, Dir!
Fühl' in des Thrones Glanz
Die hohe Wonne ganz:
Liebling des Volks zu sein,
Heil, Herrscher, Dir!

Nicht Roß, nicht Reisige,
Sichern die steile Höh',
Wo Fürsten stehn;
Liebe des Vaterlands,
Liebe des freien Mann's
Gründen den Herrscher-Thron,
Wie Fels im Meer.

Heilige Flamme, glüh',
Glüh' und verlösche nie
Für's Vaterland!
Wir Alle stehen dann
Muthig für Einen Mann,
Kämpfen und bluten gern
Für Thron und Reich.

Handlung und Wissenschaft
Heben mit Muth und Kraft
Ihr Haupt empor!
Krieger und Heldenthat
Finden ihr Lorbeerblatt
Treu aufgehoben dort
An Deinem Thron.

Sei, König Wilhelm, hier
Lange des Volkes Zier,
Der Menschheit Stolz!
Fühl' in des Thrones Glanz
Die hohe Wonne ganz:
Liebling des Volks zu sein,
Heil, König, Dir!

Entlassung der Abiturienten.

Gesang mit Orchester-Begleitung.

Introductions-Chor „Schön glänzt die goldene Sonne" aus der Oper: Das unterbrochene Opferfest, von Winter. — Chor aus der Oper Wilhelm Tell, von Rossini. „Tag der Wonne".

Nach Austheilung der vierteljährlichen Zeugnisse und Bekanntmachung der Versetzung wird die Schule heute geschlossen und beginnt wieder Montag den 8. April Morgens 8 Uhr, die Vorschule um 9 Uhr.

Tilsit, den 22. März 1872. **Fabian.**